Seção 1 – Movimento Harmônico Simples (MHS)

- **Introdução**
- **Movimento periódico;**
- **Movimento oscilatório;**
- **Movimento harmônico simples;**
- **Cinemática do MHS;**
- **Dinâmica do MHS;**
- **Período do MHS;**
- **Oscilador massa-mola horizontal;**
- **Oscilador massa-mola vertical;**
- **Pêndulo simples**

MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES (MHS)

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

- Introdução
- Movimento periódico
- Movimento oscilatório
- Movimento Harmônico (MHS)
- Cinemática do MHS
    - Função horária da elongação no MHS
    - Função horária da velocidade escalar instantânea
    - Função horária da aceleração escalar instantânea
    - Velocidade em função da elongação
    - Aceleração em função da elongação
    - Análise cinemática do MHS
    - Gráficos do MHS
- Dinâmica do MHS
    - Força no MHS

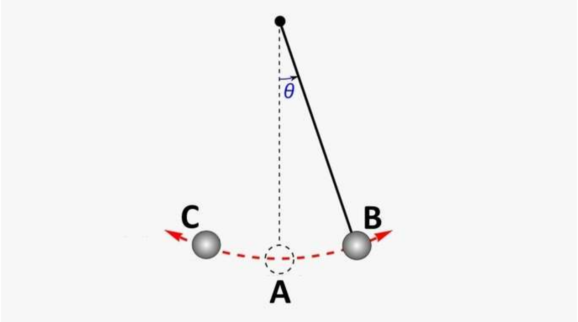
ITALO VECTOR

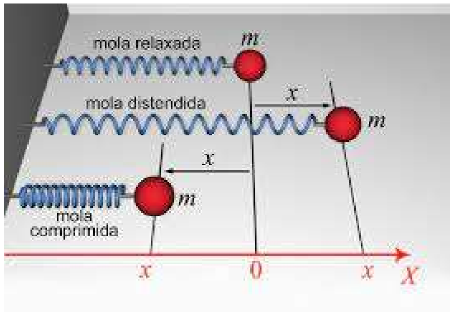
Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.1 – Introdução

O estudo do movimento harmônico simples reveste-se de uma importância maior do que parece à primeira vista e isso por duas razões.

- Em primeiro lugar, porque o MHS é um movimento muito comum: por exemplo, colchões, gangorras, pêndulos e molas exibem tais movimentos.





- A segunda razão é o fato de que o estudo do movimento harmônico simples representa um dos melhores exemplos da aplicação das leis da mecânica. Nesse exemplo, coloca-se, de forma mais clara, o problema central da dinâmica, que é o de determinar a posição de uma partícula, uma vez conhecidas as forças que agem sobre ela.

ITALO VECTOR

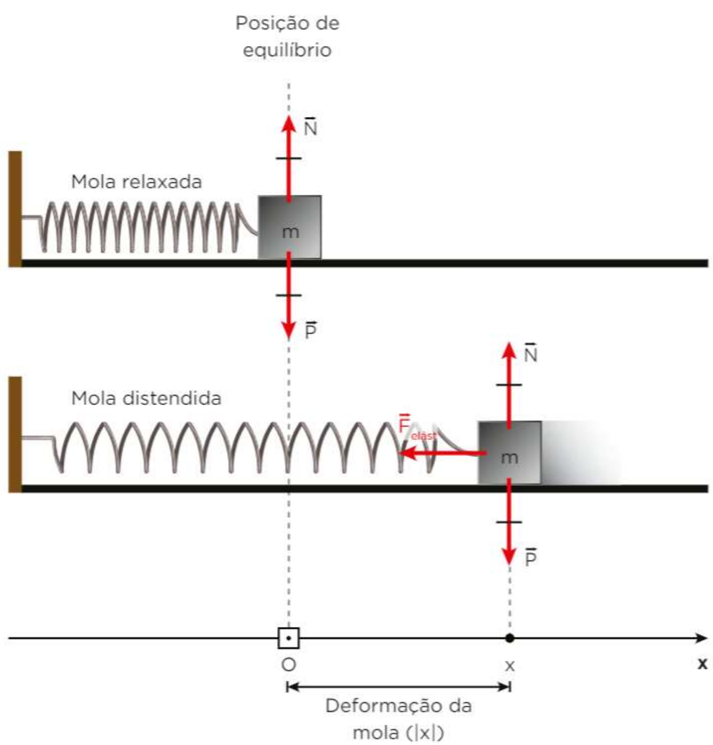
Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.1 – Introdução

O movimento harmônico simples ocorre, no entanto, sob determinadas circunstâncias. Ele se dá sempre que a força que age sobre o corpo exibir uma característica à qual damos o nome de comportamento elástico.

A tais forças, com características especiais, que especificaremos a seguir, denominamos forças elásticas ou forças harmônicas.

O movimento harmônico simples é o movimento periódico mais simples entre todos. Ele é também um movimento oscilatório.



ITALO VECTOR

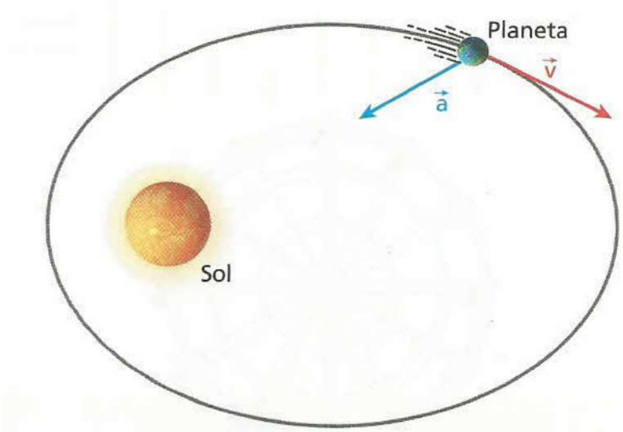
Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.2 – Movimento Periódico

- Definição

Um movimento é **periódico** quando a posição, a velocidade e a aceleração do móvel repetem-se em intervalos de tempo iguais.

Exemplo: movimento elíptico de translação de um planeta em relação ao Sol.



Percebemos que o movimento de um ponto material se repetiu, depois de decorrido o intervalo de tempo de um período (T), ele está na mesma posição anterior e com a mesma velocidade. Não basta, portanto, estar na mesma posição.

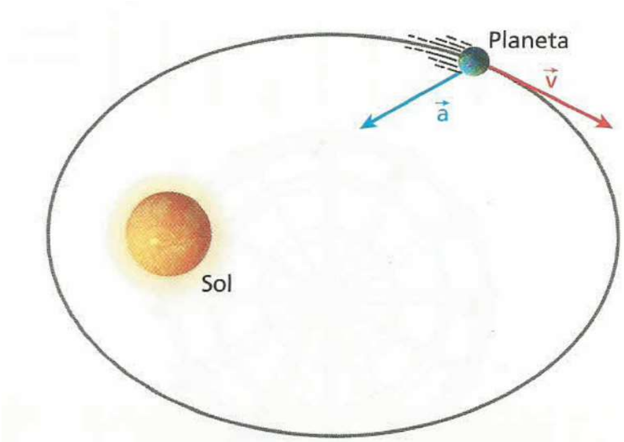
ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.2 – Movimento Periódico

- Definição

Exemplo: movimento elíptico de translação de um planeta em relação ao Sol.



A cada volta que o planeta completa a partir da posição indicada na figura, sua posição, sua velocidade vetorial $\vec{v}$ e sua aceleração vetorial $\vec{a}$ repetem-se.

Exemplo: o relógio também é um bom exemplo de movimento periódico

ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.2 – Movimento Periódico

- Período (T)

É o tempo que a onda demora para percorrer **1 ciclo**, ou seja, o tempo de uma oscilação completa.

O conceito de período não é específico de MHS, ou de ondulatória, e pode ser visto por exemplo em um simples relógio.

O período pode ser medido em qualquer unidade de tempo.

No **SI –** a unidade é o **segundo (s)**

A figura foi retirada do site: https://fisicaexe.com.br

ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.2 – Movimento Periódico

- Frequência (f)

É o número de oscilações completas (ciclos) por intervalo de tempo

$$f = \frac{n^o\,ciclos}{\Delta t}$$ **Eq. 01**

Se **Δt** estiver em s (segundos) → ***f*** será em Hz (hertz)

Se **Δt** estiver em min (minutos) → ***f*** será em rpm (rotações por minuto)

Para **1 ciclo:**

$$f = \frac{1}{T}$$ **Eq. 02**

Assim, da definição da frequência percebemos que:

- A frequência é o inverso do período, e,
- O período é o inverso da frequência

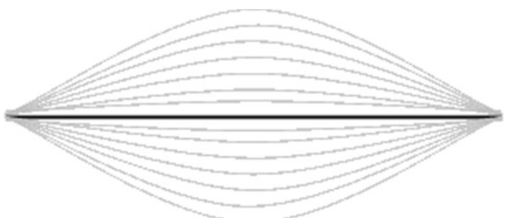
ITALO VECTOR

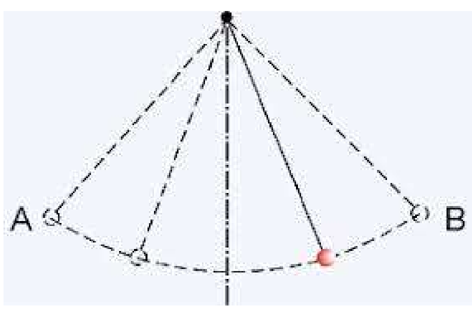
Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

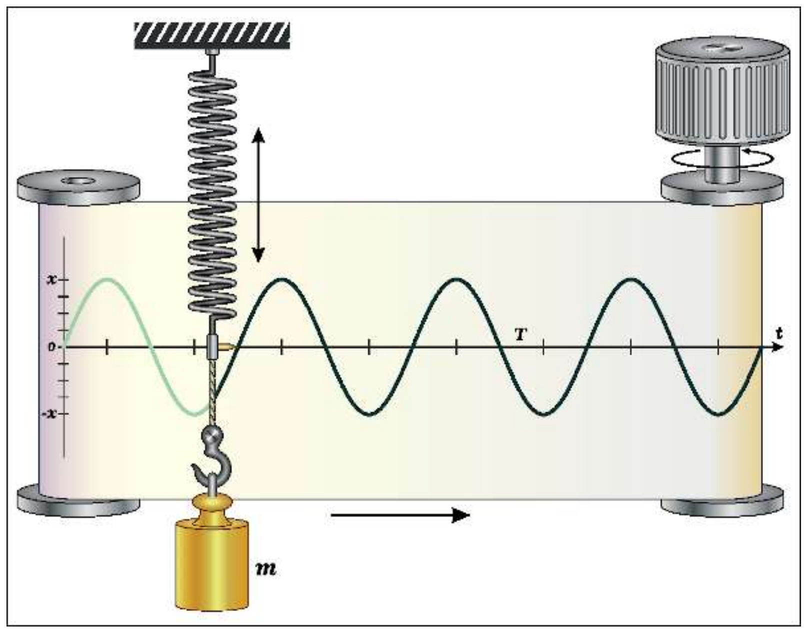
1.3 – Movimento Oscilatório

- Definição

Um movimento é oscilatório quando ocorre com alternâncias de sentido, porém na mesma trajetória para os dois sentidos.







ITALO VECTOR

MHS

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO E FORMULAÇÃO DO MHS

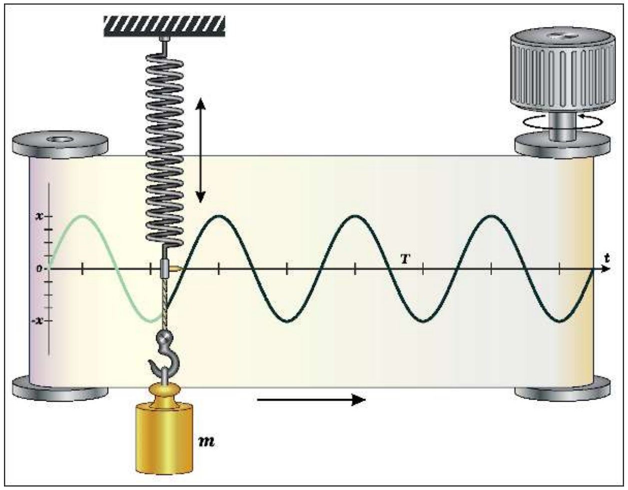
Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.3 – Movimento Oscilatório

- Definição

Um movimento é oscilatório quando ocorre com alternâncias de sentido, porém na mesma trajetória para os dois sentidos.

O movimento oscilatório é um caso especial de movimento periódico; isso porque o movimento oscilatório é definido como aquele no qual, em algum momento, o movimento do corpo muda de sentido.
Essa inversão se dá quando a velocidade do corpo se anula mudando, em seguida, de sentido.
Dizemos que o movimento é oscilatório se ele for periódico e se o sentido do movimento, determinado, no caso unidimensional pelo sinal da velocidade, for invertido a intervalos de tempos regulares (relacionado ao período do movimento).



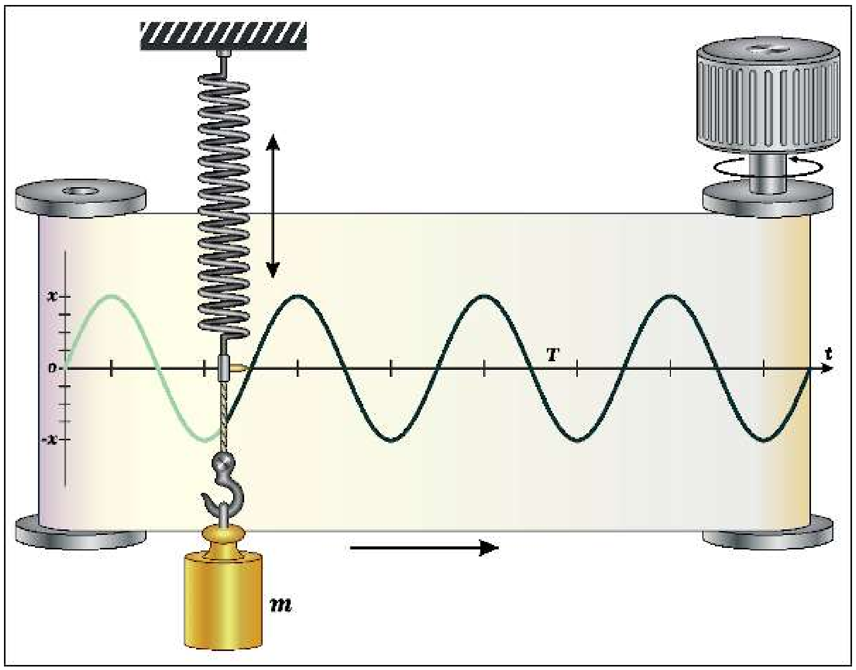
ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.4 – Movimento harmônico simples (MHS)

- Definição

Neste momento, estudaremos o movimento oscilatório mais simples entre todos. Ele é designado por Movimento Harmônico Simples (MHS).

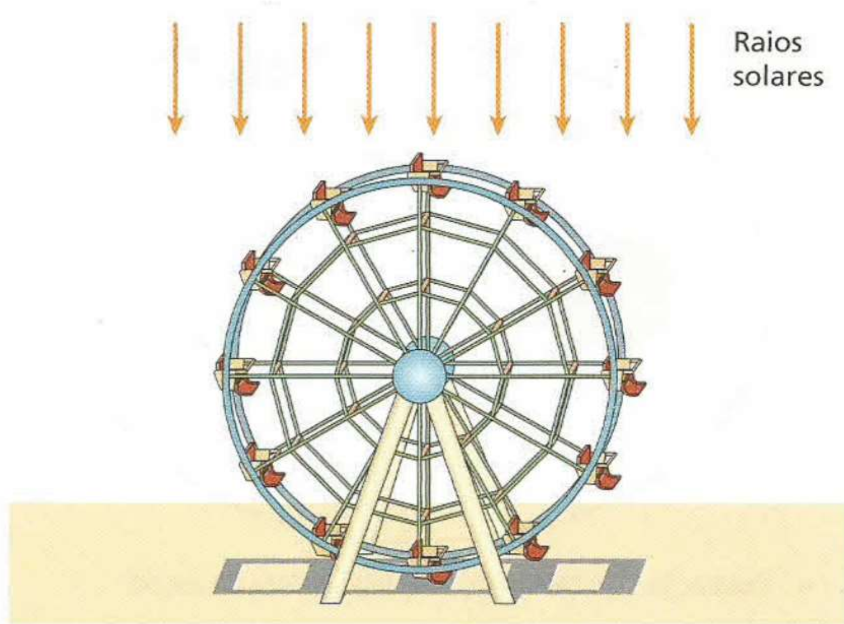


Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Um modelo para o estudo da cinemática do MHS**

A seguir, estudaremos a cinemática do MHS, ou seja, obteremos as equações do espaço, da velocidade e da aceleração de um ponto material em MHS, em função do tempo.



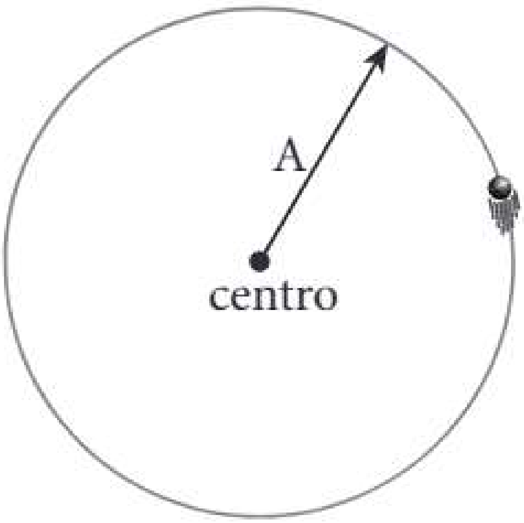
Exemplo: Com o sol a pino e a roda-gigante em rotação uniforme, a sombra de uma cadeira, projetada no chão, realiza um MHS.

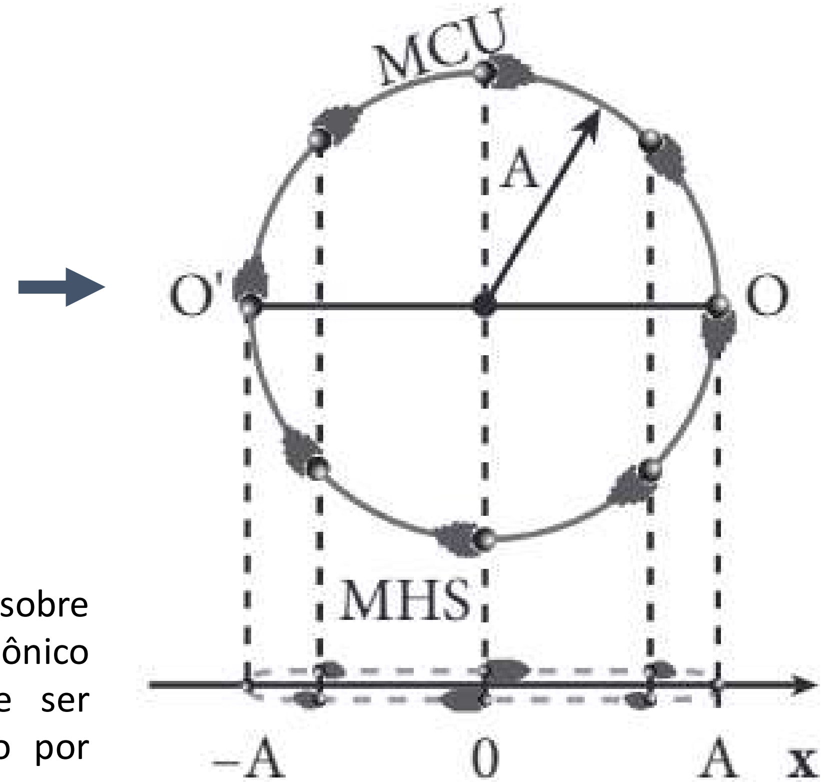
ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- Um modelo para o estudo da cinemática do MHS





O movimento da projeção do **MCU** sobre o eixo x é um movimento harmônico simples (MHS), porque, além de ser periódico e oscilatório, é descrito por funções horárias harmônicas (seno e cosseno)

ITALO VECTOR

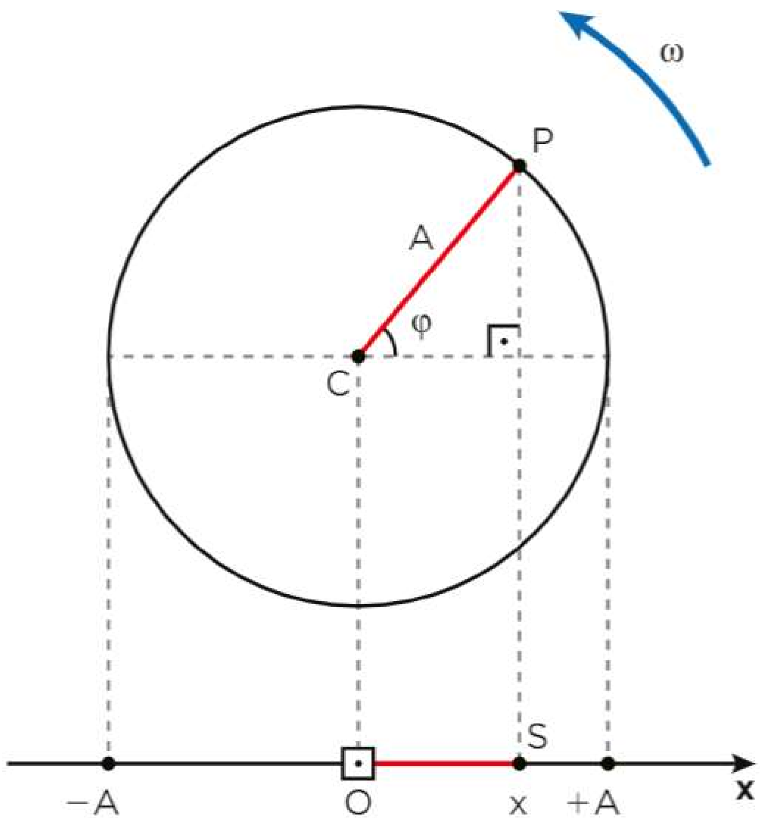
Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Um modelo para o estudo da cinemática do MHS**

No MHS, a abscissa (espaço) x é medida a partir do ponto médio da trajetória e denomina-se elongação.
A grandeza **A**, que corresponde ao raio da circunferência e é também a elongação máxima do MHS, denomina-se **amplitude do MHS**

Observe, então, que:
- no ponto médio da trajetória
  x = 0 (elongação nula), e
- nos pontos extremos da trajetória temos
  x = – A (elongação mínima), e
  x = + A (elongação máxima).

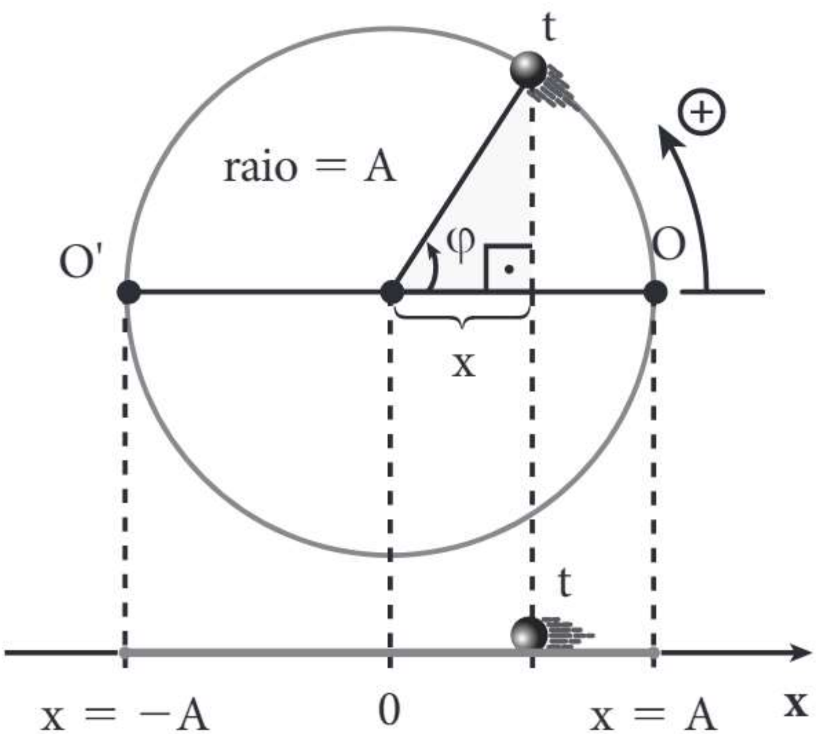


ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

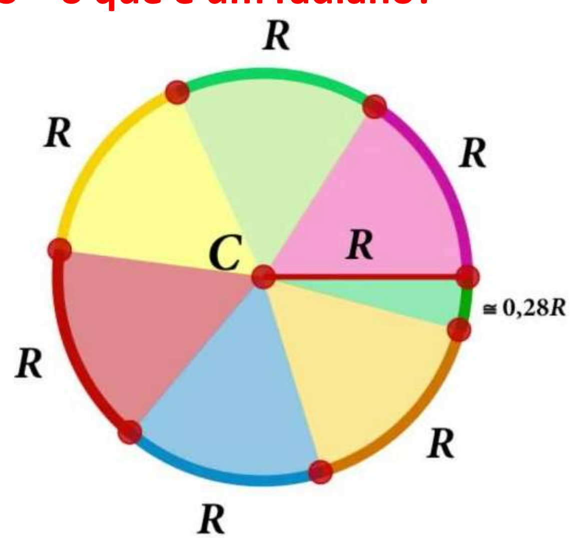
1.5 – Cinemática do MHS

- Função horária da elongação no MHS



Podemos determinar o ângulo de fase **φ**, medido em radianos.

OBS – o que é um radiano?



360º ⟶ 2·π·R (rad)

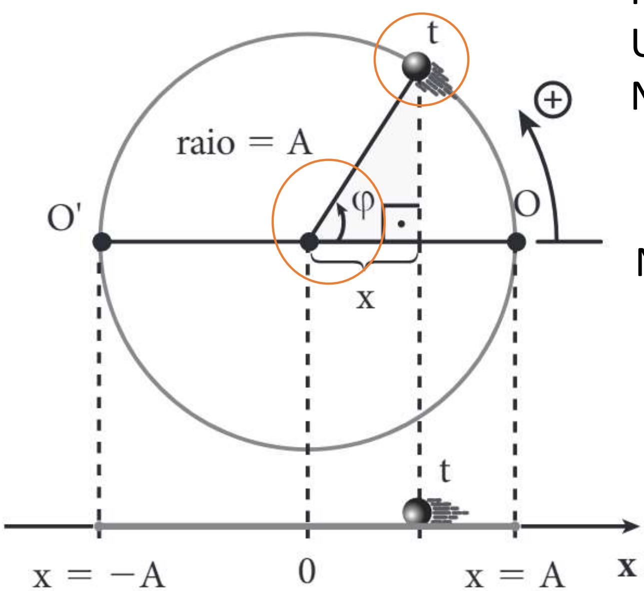
180º ⟶ π·R (rad)

ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- Função horária da elongação no MHS



Por se tratar de um MCU (Movimento circular Uniforme),

Na parte externa:

$$S = S_0 + v \cdot t \qquad \textbf{Eq. 03}$$

Na parte interna:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t \qquad \textbf{Eq. 04}$$

Sendo:

φ – posição angular

φ_0 – posição angular inicial

(ângulo de fase inicial, quando t = 0)

ω – velocidade angular

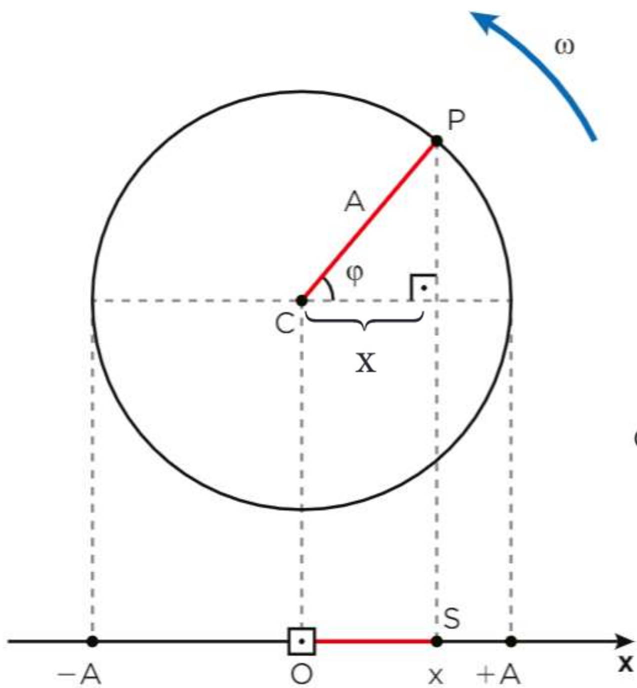
t – tempo

ITALO VECTOR

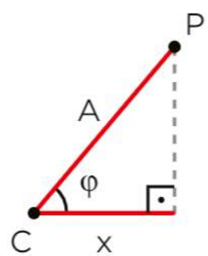
Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- Função horária da elongação no MHS



Nessas condições, o espaço do ponto S (elongação) pode ser obtido a partir do triângulo retângulo destacado a seguir:



$$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{x}{A} \Rightarrow x = A \cdot \cos\varphi$$

Eq. 05

Substituindo- se a Eq. 04 na Eq. 05, obtemos a função horária (Eq. 06)

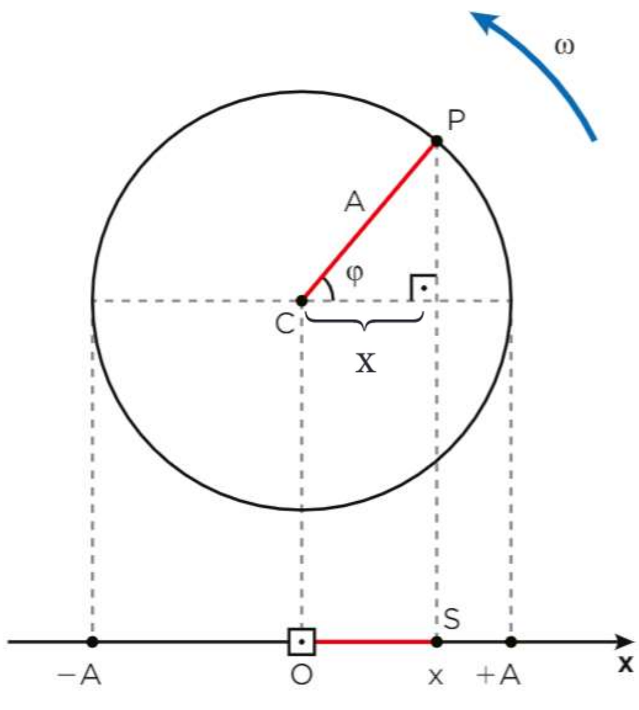
$$\boxed{x = A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t)}$$

Eq. 06

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Função horária da elongação no MHS**



$$x = A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t)$$ **Eq. 06**

Note que:

x – espaço ou elongação

A – Amplitude do MHS
(raio da circunferência em que ocorre o MCU)

φ_0 – fase inicial
(quando t = 0)

ω – a velocidade angular do ponto P, passa a se chamar frequência angular ou pulsação do ponto S, que oscila em MHS.
(Sua unidade também é rad/s)

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \longrightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{ou} \quad \omega = 2\pi f$$

t - tempo

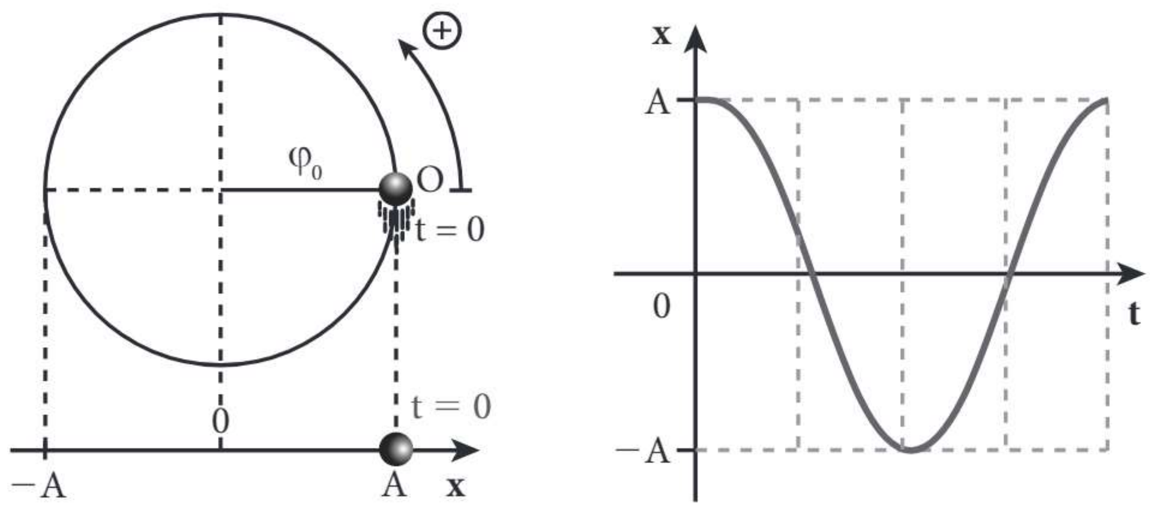
ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Função horária da elongação no MHS**

Fase inicial do MHS (φ_0)



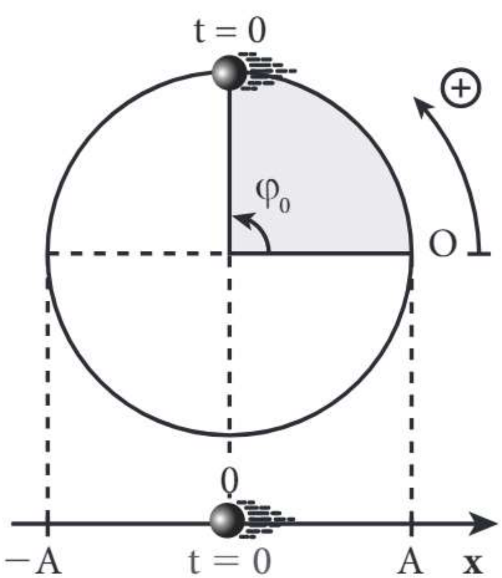
$$\varphi_0 = 0$$

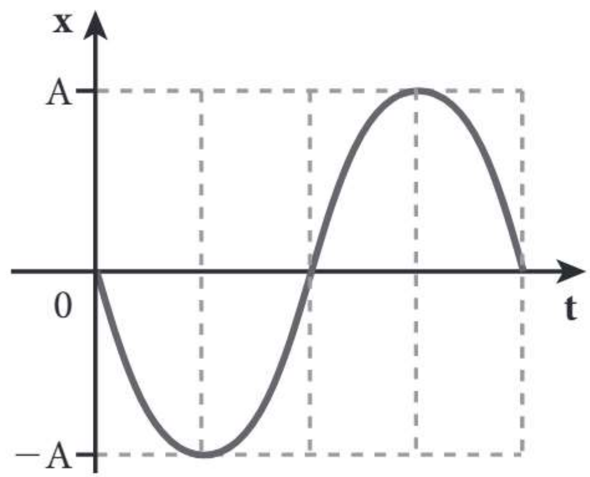
Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Função horária da elongação no MHS**

Fase inicial do MHS (φ_0)





$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\ \text{rad}$$

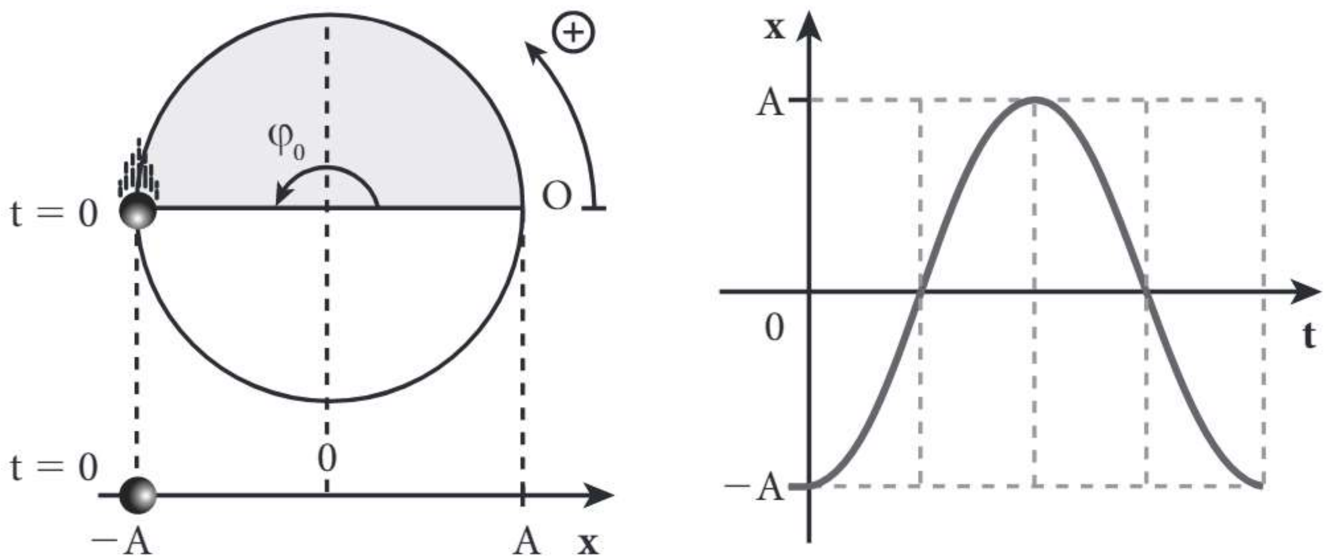
ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Função horária da elongação no MHS**

Fase inicial do MHS (φ_0)



$$\varphi_0 = \pi \text{ rad}$$

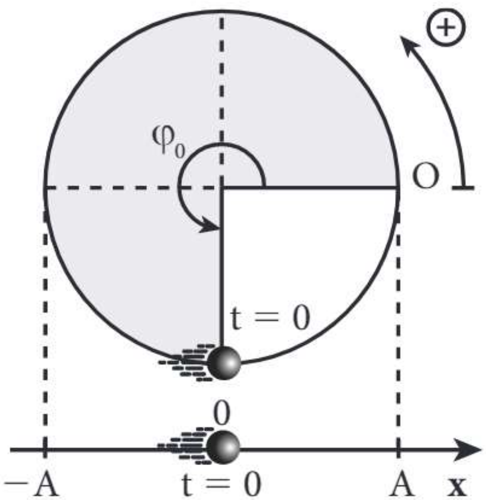
ITALO VECTOR

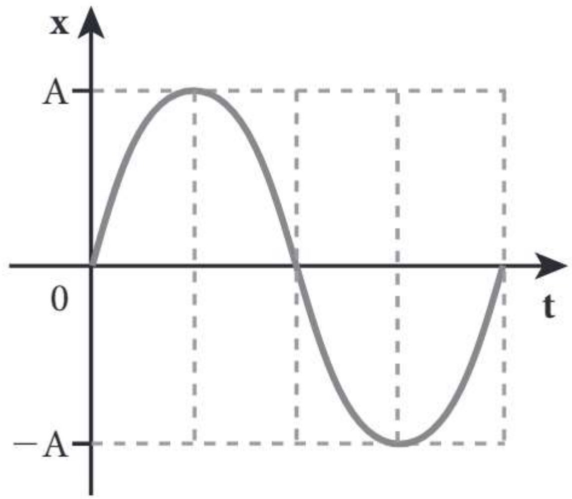
Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- Função horária da elongação no MHS

Fase inicial do MHS (φ_0)





$$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

ITALO VECTOR

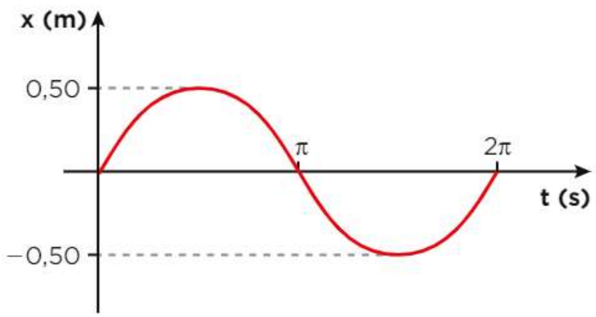
Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Função horária da elongação no MHS**

Fase inicial do MHS (φ_0)

2 (UEG-GO) A posição de um ponto material em MHS varia com o tempo, conforme o gráfico a seguir.



Após a análise do gráfico, verifica-se que o valor de

a) π s é o período.

b) 0,50 m/s é a velocidade máxima.

c) 1,0 m é a amplitude.

d) 1,0 m/s² é a aceleração máxima.

e) π rad/s é a pulsação.

De acordo com o gráfico:

$A = 0{,}50$ m

$T = 2\pi$ s

Logo, a pulsação é $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2\pi} \therefore \omega = 1$ rad/s.

Portanto, a velocidade máxima é:

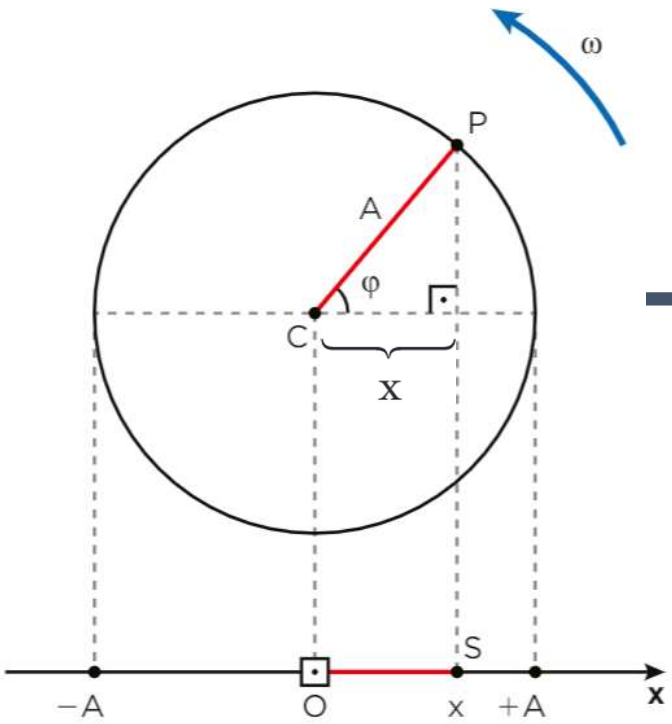
$v_{máx} = \omega \cdot A \Rightarrow v_{máx} = 1 \cdot 0{,}5 \therefore v_{máx} = 0{,}5$ m/s

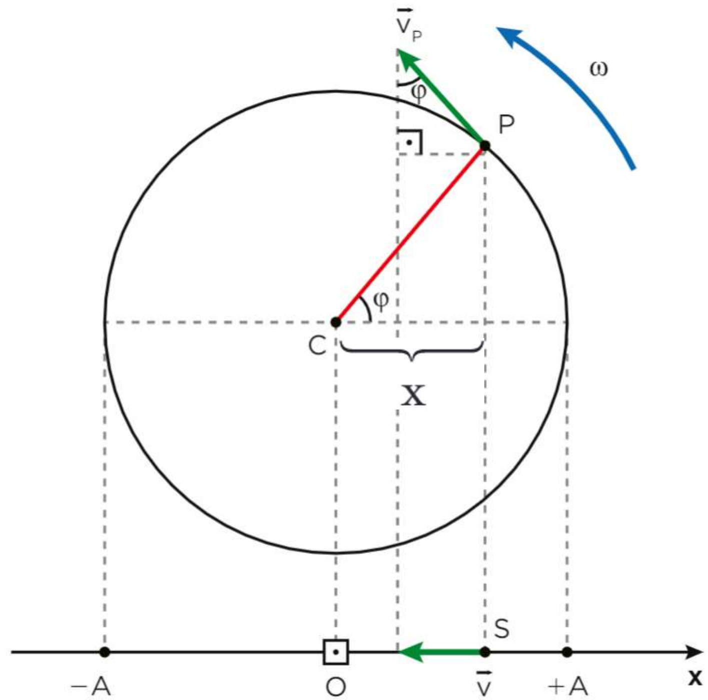
ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- Função horária da velocidade escalar instantânea



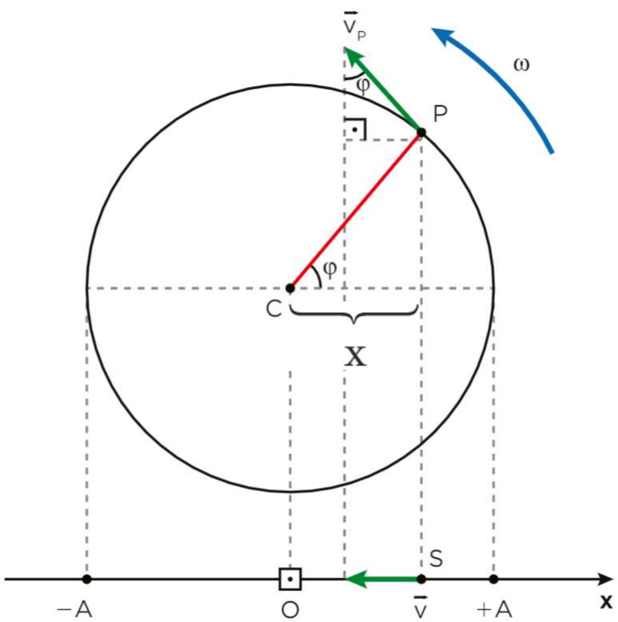


ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Função horária da velocidade escalar instantânea**



Em todo movimento circular, são válidas as relações:

$$s = \varphi \cdot R \quad \textbf{Eq. 07}$$

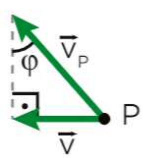
$$\boxed{v = \omega \cdot R} \quad \textbf{Eq. 08}$$

$$a = \alpha \cdot R \quad \textbf{Eq. 09}$$

A grandeza **A**, que corresponde ao raio da circunferência e é também a elongação máxima do MHS, denomina-se **amplitude do MHS**

$$R = A \longrightarrow \left|\vec{v}_P\right| = \omega \cdot A \quad \textbf{Eq. 10}$$

Nessas condições, a velocidade do ponto S pode ser obtida a partir do triângulo retângulo destacado a seguir:



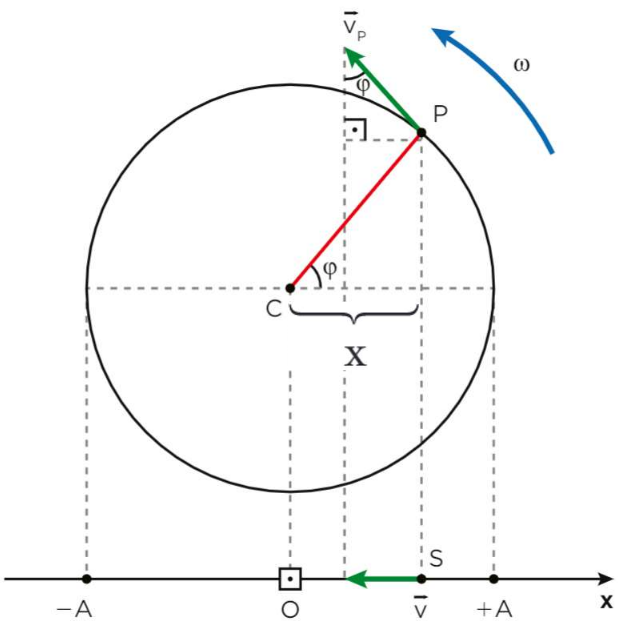
$$\Rightarrow \text{sen } \varphi = \frac{|\vec{v}|}{|\vec{v}_P|} \Rightarrow |\vec{v}| = |\vec{v}_P| \cdot \text{sen } \varphi$$

Eq. 11

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Função horária da velocidade escalar instantânea**



Substituindo- se a Eq. 10 na Eq. 11, obtemos (Eq. 12):

$$|\vec{v}| = (\omega \cdot A) \cdot sen\varphi \quad \textbf{Eq. 12}$$

Como o movimento se dá no sentido contrário da orientação da trajetória:

$$v = -|\vec{v}|$$

Logo:

$$v = -\omega \cdot A \cdot sen(\varphi) \quad \textbf{Eq. 13}$$

quando substituímos a Eq. 04, na Eq. 13, obtemos a função horária da velocidade:

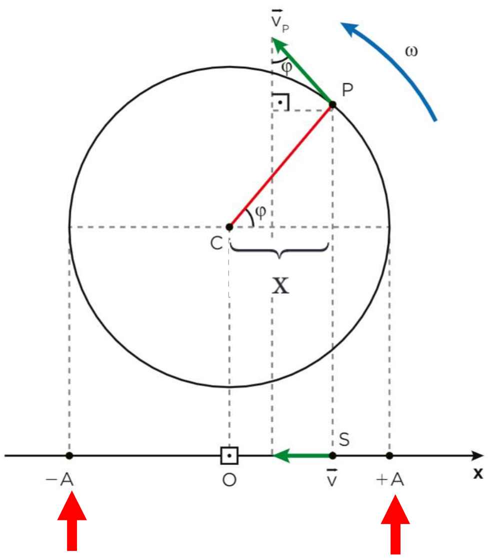
$$\boxed{v = -\omega \cdot A \cdot sen(\varphi_0 + \omega \cdot t)} \quad \textbf{Eq. 14}$$

ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Função horária da velocidade escalar instantânea**



PONTOS DE INVERSÃO
v = 0 (velocidade mínima)

$$\boxed{v = -\omega \cdot A \cdot sen(\varphi_0 + \omega \cdot t)}$$ **Eq. 14**

Como... $\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t$ **Eq. 04**

Podemos também usar: $v = -\omega \cdot A \cdot sen(\varphi)$ **Eq. 13**

Quando **x = A**, pela equação da elongação:

$x = A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t)$ **Eq. 06**

$x = A \cdot \cos(\varphi)$ **Eq. 05**

$A = A \cdot \cos(\varphi) \longrightarrow \cos(\varphi) = 1 \longrightarrow \varphi = 0$

Portanto, se **x = A**, a velocidade será nula, pois:

$$v = -\omega \cdot A \cdot sen(0)$$

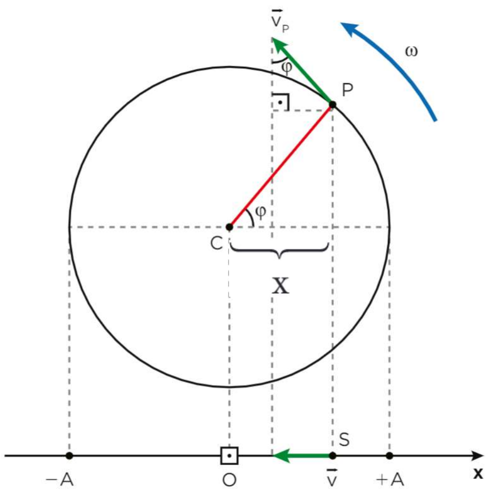
$$v = 0$$

O que já era esperado; e também vale para **x = – A**

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Função horária da velocidade escalar instantânea**



PONTO CENTRAL
$V = v_{máx}$

$$\boxed{v = -\omega \cdot A \cdot sen(\varphi_0 + \omega \cdot t)}$$ **Eq. 14**

Como... $\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t$ **Eq. 04**

Podemos também usar: $v = -\omega \cdot A \cdot sen(\varphi)$ **Eq. 13**

Quando **x = 0**, pela equação da elongação:

$x = A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t)$ **Eq. 06**

$x = A \cdot \cos(\varphi)$ **Eq. 05**

$0 = A \cdot \cos(\varphi) \longrightarrow \cos(\varphi) = 0 \longrightarrow \varphi = 90^{o}\ ou\ 270^{o}$

Portanto, se **x = 0**, a velocidade será máxima, pois:

$$v = -\omega \cdot A \cdot sen(\pi)$$

$$v = -\omega \cdot A \ \ ou + \omega \cdot A$$

Velocidade escalar mínima — Velocidade escalar máxima

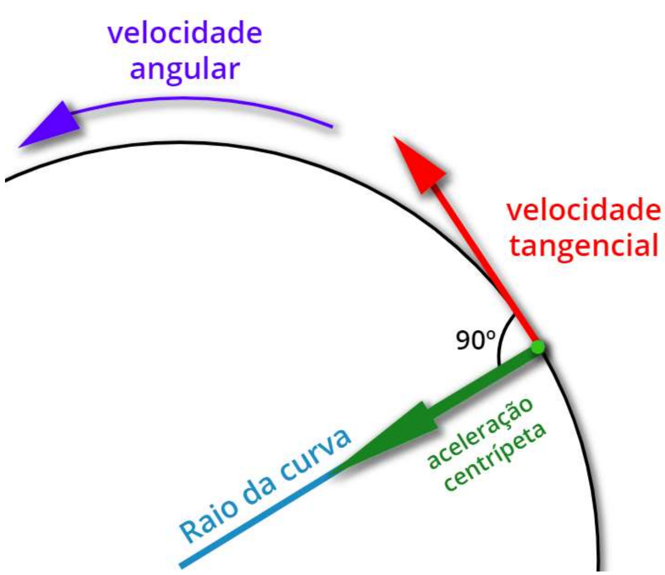
ITALO VECTOR

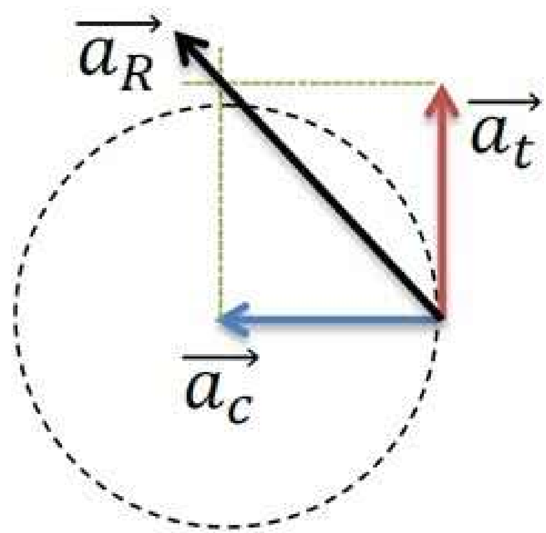
Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- Função horária da aceleração escalar instantânea

Mas, no movimento circular uniforme **existe aceleração?**



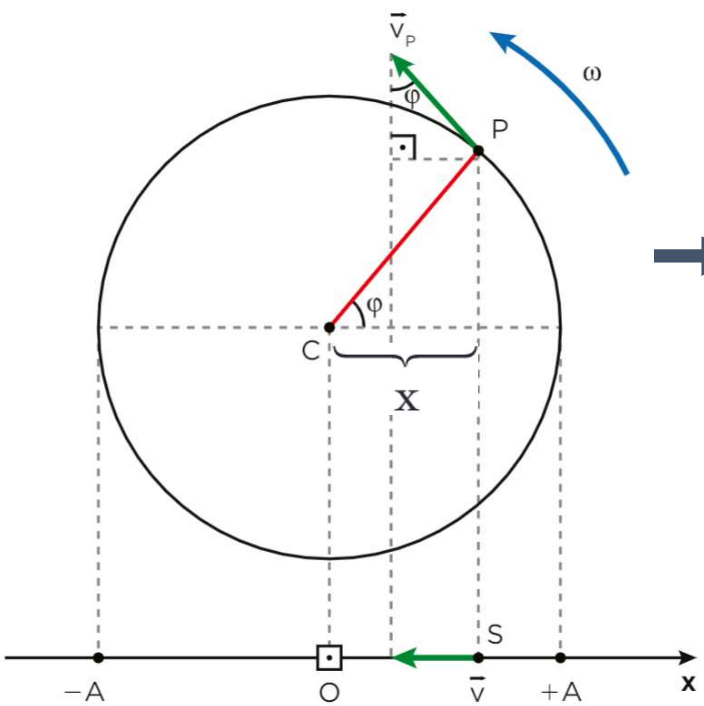


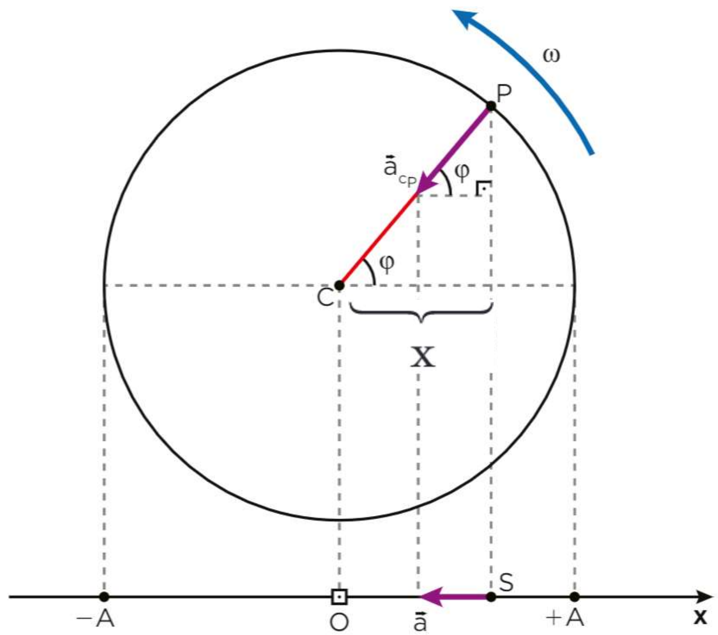
Não tem aceleração tangencial, todavia tem aceleração centrípeta (que produz a trajetória curvilínea).

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- Função horária da aceleração escalar instantânea



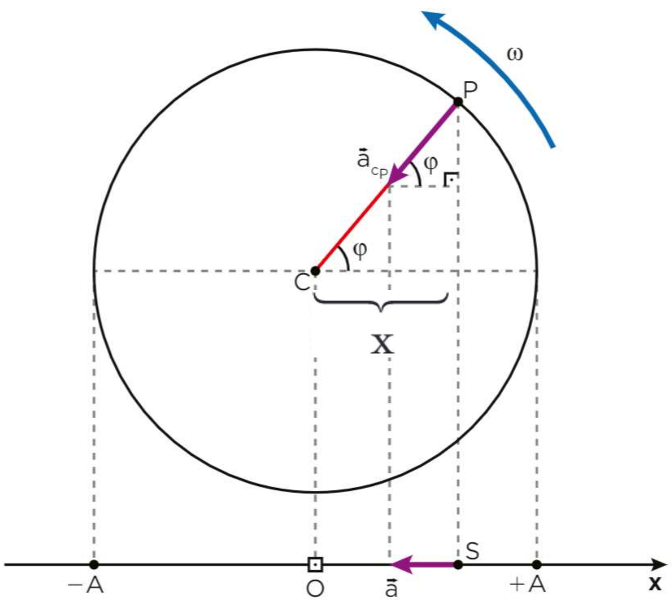


ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Função horária da aceleração escalar instantânea**



Em todo movimento circular, a aceleração centrípeta pode ser calculada por:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$ **Eq. 15**

Sendo, $v = \omega \cdot R$ **Eq. 08**

Logo:

$$a_{cp} = \frac{(\omega \cdot R)^2}{R} \longrightarrow a_{cp} = \omega^2 \cdot R$$ **Eq. 16**

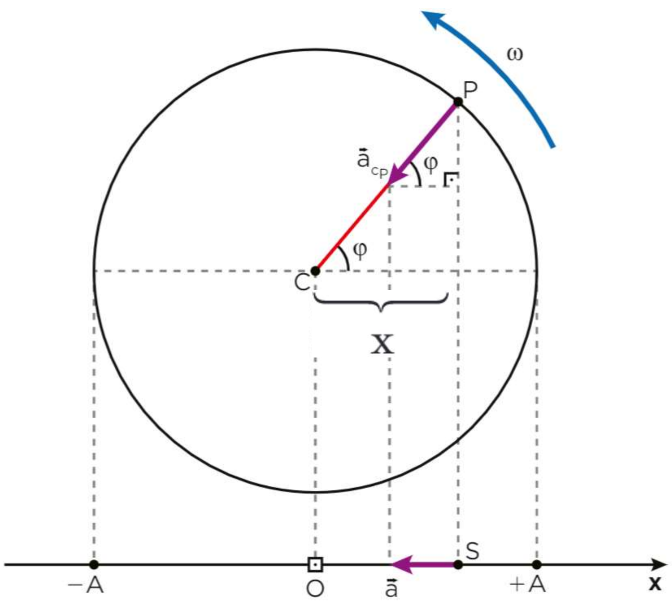
Nessas condições, a aceleração do ponto S pode ser obtida a partir do triângulo retângulo destacado a seguir

ITALO VECTOR

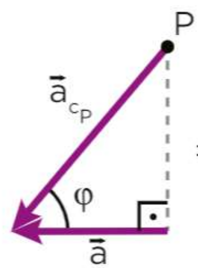
Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Função horária da aceleração escalar instantânea**



Nessas condições, a aceleração do ponto S pode ser obtida a partir do triângulo retângulo destacado a seguir



$$\Rightarrow$$

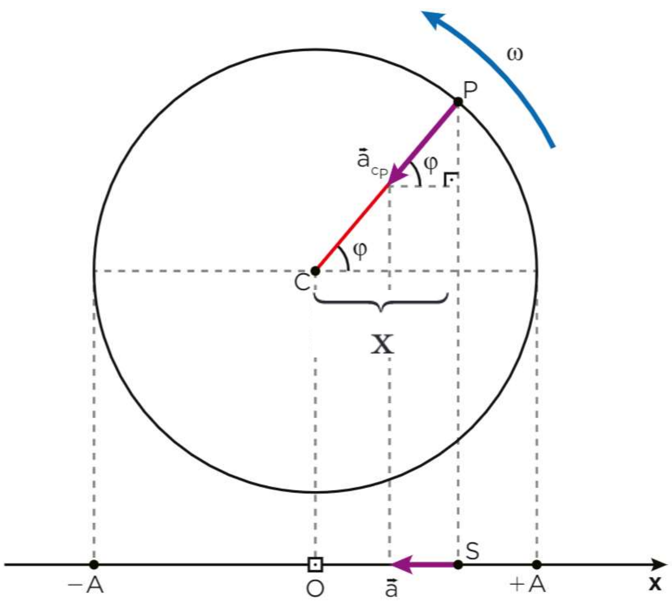
$$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{|\vec{a}|}{|\vec{a}_{c_P}|} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\vec{a}| = |\vec{a}_{c_P}| \cdot \cos\varphi$$ **Eq. 17**

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Função horária da aceleração escalar instantânea**



Substituindo- se a Eq. 16 na Eq. 17, obtemos (Eq. 18):

$$|\vec{a}| = (\omega^2 \cdot R) \cdot \cos\varphi \quad \textbf{Eq. 18}$$

Como o movimento se dá no sentido contrário da orientação da trajetória:

$$a = -|\vec{a}|$$

Logo: $$a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos\varphi \quad \textbf{Eq. 19}$$

quando substituímos a Eq. 04, na Eq. 19, obtemos a função horária da velocidade:

$$\boxed{a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t)} \quad \textbf{Eq. 20}$$

OBS: Note que a aceleração do MHS é variável no tempo, ou seja, não estamos tratando de um movimento uniformemente variado (MUV)

ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Velocidade escalar em função da elongação**

Já vimos como a velocidade escalar no MHS varia em função do tempo (t)

$$\boxed{v = -\omega \cdot A \cdot sen(\varphi_0 + \omega \cdot t)} \quad \text{Eq. 14}$$

Veremos agora como essa velocidade relaciona-se com a **elongação (x)**.

$$x = A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t) \quad \text{Eq. 06} \longrightarrow \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t) = \frac{x}{A} \quad \text{Eq. 21}$$

$$v = -\omega \cdot A \cdot sen(\varphi_0 + \omega \cdot t) \quad \text{Eq. 14} \longrightarrow sen(\varphi_0 + \omega \cdot t) = \frac{-v}{\omega \cdot A} \quad \text{Eq. 22}$$

Pela equação fundamental da trigonometria $sen^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$ Eq. 23

Ao substituirmos as Eq. 21 e Eq. 22 na Eq. 23:

ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Velocidade escalar em função da elongação**

Ao substituirmos as Eq. 21 e Eq. 22 na Eq. 23:

$$sen^2(\varphi_0 + \omega \cdot t) + \cos^2(\varphi_0 + \omega \cdot t) = 1$$

$$\left(\frac{-v}{\omega \cdot A}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1$$

$$\frac{v^2}{\omega^2 \cdot A^2} + \frac{x^2}{A^2} = 1$$

$$\frac{v^2 + \omega^2 \cdot x^2}{\omega^2 \cdot A^2} = 1$$

$$v^2 + \omega^2 \cdot x^2 = \omega^2 \cdot A^2$$

$$v^2 = \omega^2 \cdot A^2 - \omega^2 \cdot x^2$$

$$\boxed{v^2 = \omega^2 \cdot \left(A^2 - x^2\right)} \quad \text{Eq. 24}$$

Observe que, nessa expressão, a velocidade escalar é dada em função da **elongação (x)** e não em função do tempo (t).

ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- Velocidade escalar em função da elongação

Então: $\boxed{v^2 = \omega^2 \cdot \left(A^2 - x^2 \right)}$ **Eq. 24**

Se x = ± A **(ponto de inversão)**

$$v^2 = \omega^2 \cdot \left(A^2 - x^2 \right)$$

$$v^2 = \omega^2 \cdot \left(A^2 - A^2 \right)$$

$$v^2 = \omega^2 \cdot \left(0 \right)$$

$$v = 0$$

Se x = 0 **(ponto central)**

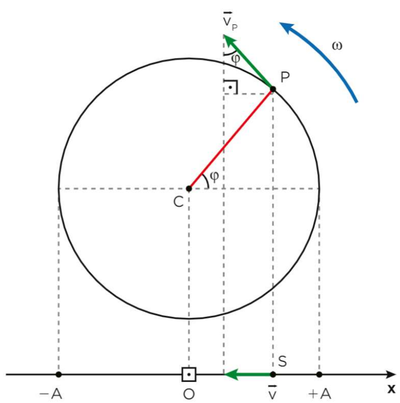
$$v^2 = \omega^2 \cdot \left(A^2 - 0^2 \right)$$

$$v^2 = \omega^2 \cdot \left(A^2 \right)$$

$$v = \pm \omega \cdot A$$

Velocidade escalar mínima

Velocidade escalar máxima



Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Aceleração escalar em função da elongação**

Já vimos como a aceleração escalar no MHS varia em função do tempo (t)

$$\boxed{a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t)}$$ **Eq. 20**

Veremos agora como essa aceleração relaciona-se com a **elongação (x)**.

$$x = A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t)$$ **Eq. 06**

$$a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t)$$ **Eq. 20**

Substituindo-se a Eq. 06 na Eq. 20, obtemos a Eq. 25

$$\boxed{a = -\omega^2 \cdot x}$$ **Eq. 25**

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- Aceleração escalar em função da elongação

Então: $\boxed{a = -\omega^2 \cdot x}$ **Eq. 25**

Se x = ± A **(ponto de inversão)**

$$a = -\omega^2 \cdot (A)$$

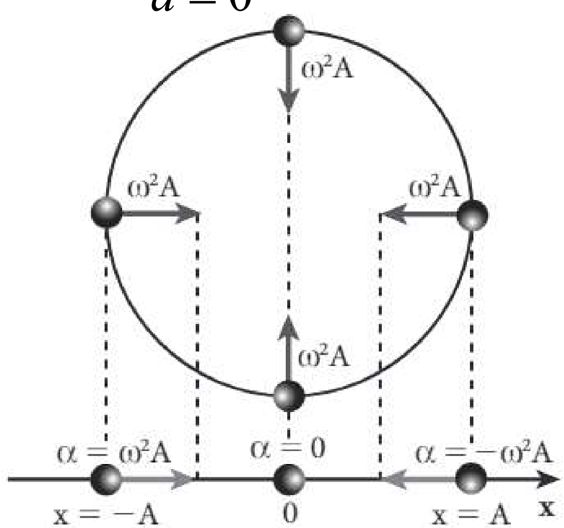
x = A
Valor mínimo da aceleração

$$a = -\omega^2 \cdot (-A)$$
$$a = \omega^2 \cdot A$$

x = – A
Valor máximo da aceleração

Se x = 0 **(ponto central)**

$$a = -\omega^2 \cdot (0)$$
$$a = 0$$

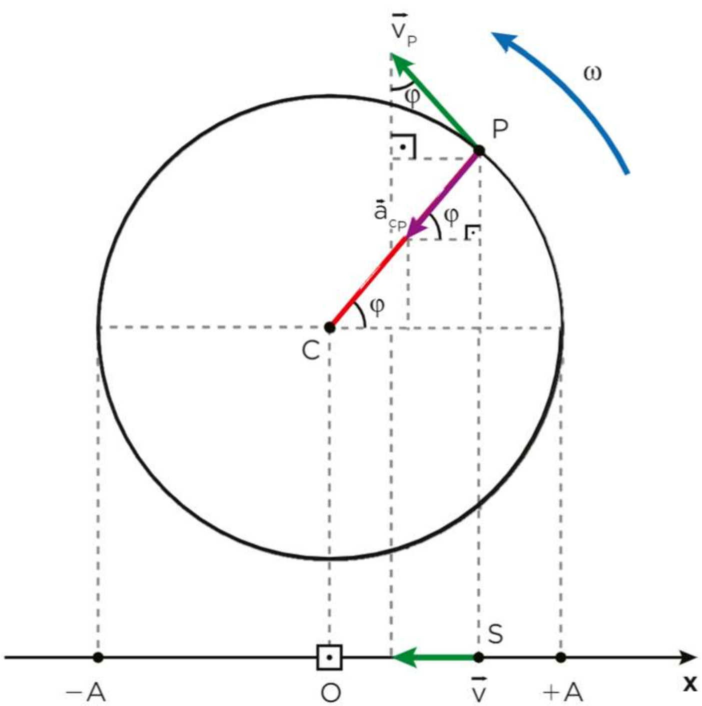


ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- Análise cinemática do MHS



$$f = \frac{n^o\, ciclos}{\Delta t}$$ **Eq. 01**

$$f = \frac{1}{T}$$ **Eq. 02**

$$\boxed{x = A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t)}$$ **Eq. 06**

$$\boxed{v = -\omega \cdot A \cdot sen(\varphi_0 + \omega \cdot t)}$$ **Eq. 14**

$$\boxed{a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t)}$$ **Eq. 20**

$$\boxed{v^2 = \omega^2 \cdot \left(A^2 - x^2\right)}$$ **Eq. 24**

$$\boxed{a = -\omega^2 \cdot x}$$ **Eq. 25**

ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

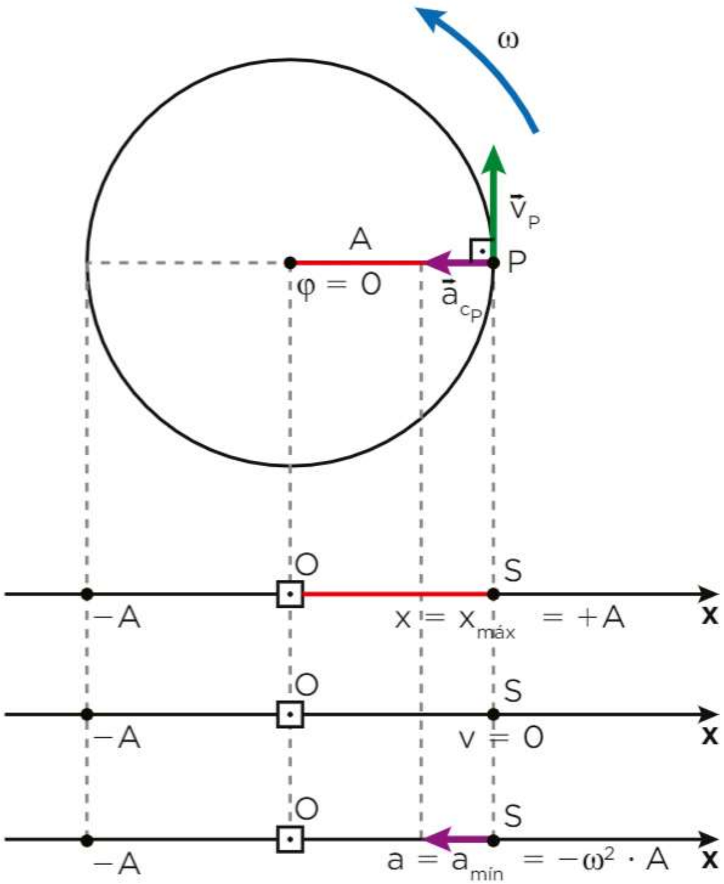
- Análise cinemática do MHS

Para $\varphi = 0$

Se $\varphi = 0$, então $\cos\varphi = 1$ e $\text{sen}\,\varphi = 0$. Logo,

- $x = A \cdot \cos\varphi \Rightarrow x = A \cdot \cos 0$
  $\therefore x = x_{máx} = +A$
- $v = -\omega \cdot A \cdot \text{sen}\,\varphi \Rightarrow v = -\omega \cdot A \cdot \text{sen}\,0$
  $\therefore v = 0$
- $a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos\varphi \Rightarrow a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos 0$
  $\therefore a = a_{mín} = -\omega^2 \cdot A$

Nesse instante, $v = 0$ e $a \neq 0$. O ponto S está invertendo o sentido do seu movimento.



ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- Análise cinemática do MHS

Para $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$

Se $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$, então $\cos\varphi > 0$ e $\operatorname{sen}\varphi > 0$. Logo,

- $x = A \cdot \cos\varphi$

  $\therefore x > 0$

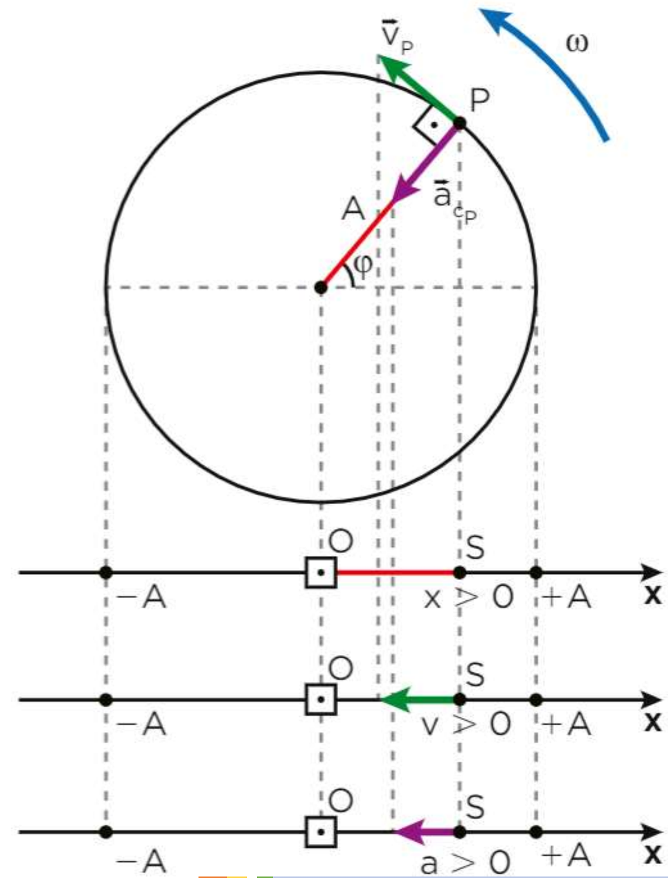
- $v = -\omega \cdot A \cdot \operatorname{sen}\varphi$

  $\therefore v < 0$

- $a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos\varphi$

  $\therefore a < 0$

Como $v < 0$ e $a < 0$, o movimento do ponto S é acelerado nesse intervalo de tempo.



Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- Análise cinemática do MHS

Para $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$

Se $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$, então $\cos\varphi = 0$ e $\text{sen}\,\varphi = 1$. Logo,

- $x = A \cdot \cos\varphi \Rightarrow x = A \cdot \cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$

  $\therefore x = 0$

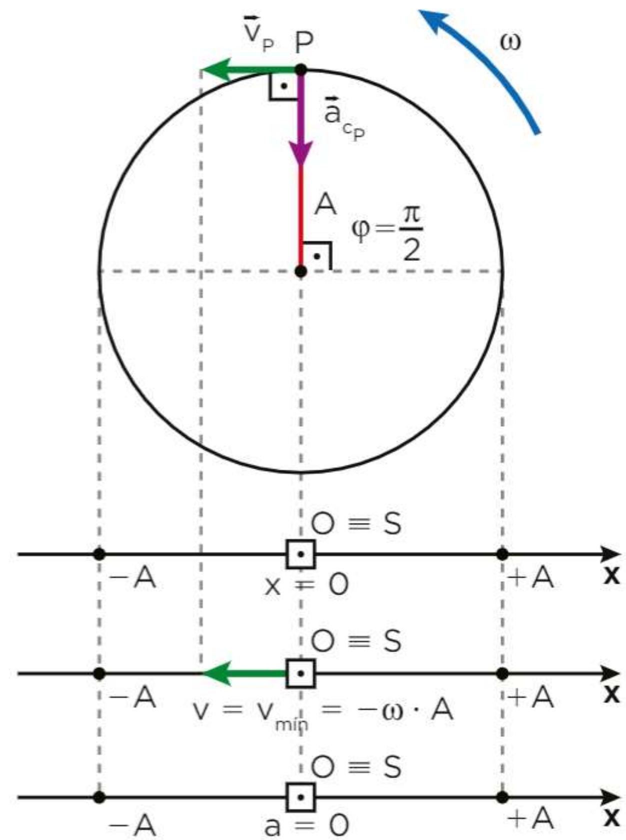
- $v = -\omega \cdot A \cdot \text{sen}\,\varphi \Rightarrow v = -\omega \cdot A \cdot \text{sen}\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$

  $\therefore v = v_{mín} = -\omega \cdot A$

- $a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos\varphi \Rightarrow a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$

  $\therefore a = 0$

Nesse instante, como $v \neq 0$ e $a = 0$, o movimento do ponto S está passando de acelerado a retardado.



Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Análise cinemática do MHS**

Para $\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$

Se $\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$, então $\cos \varphi < 0$ e $\text{sen}\ \varphi > 0$. Logo,

- $x = A \cdot \cos \varphi$

  $\therefore x < 0$

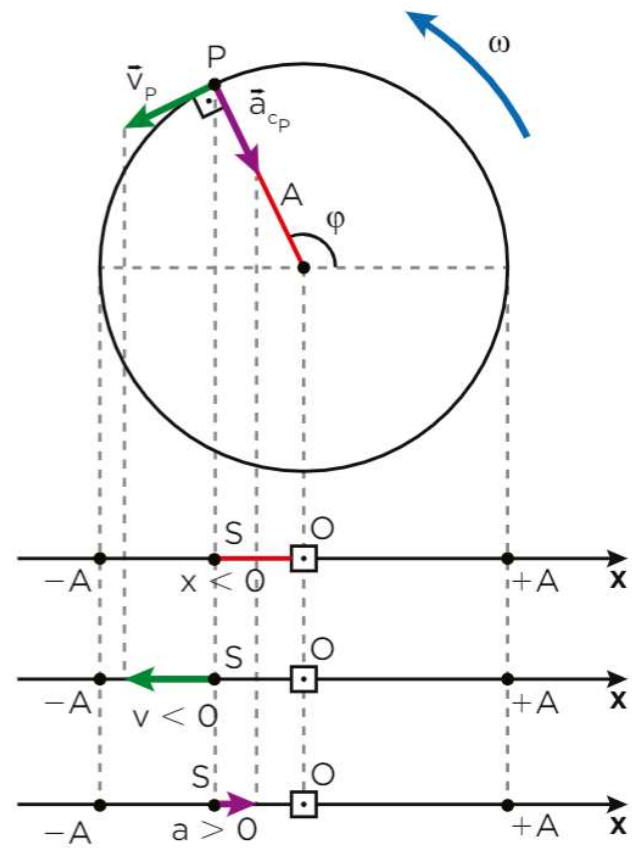
- $v = -\omega \cdot A \cdot \text{sen}\ \varphi$

  $\therefore v < 0$

- $a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos \varphi$

  $\therefore a > 0$

Nesse intervalo de tempo, como $v < 0$ e $a > 0$, o movimento do ponto S é retardado.



Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- Análise cinemática do MHS

Para $\varphi = \pi$

Se $\varphi = \pi$, então $\cos\varphi = -1$ e $\text{sen}\,\varphi = 0$. Logo,

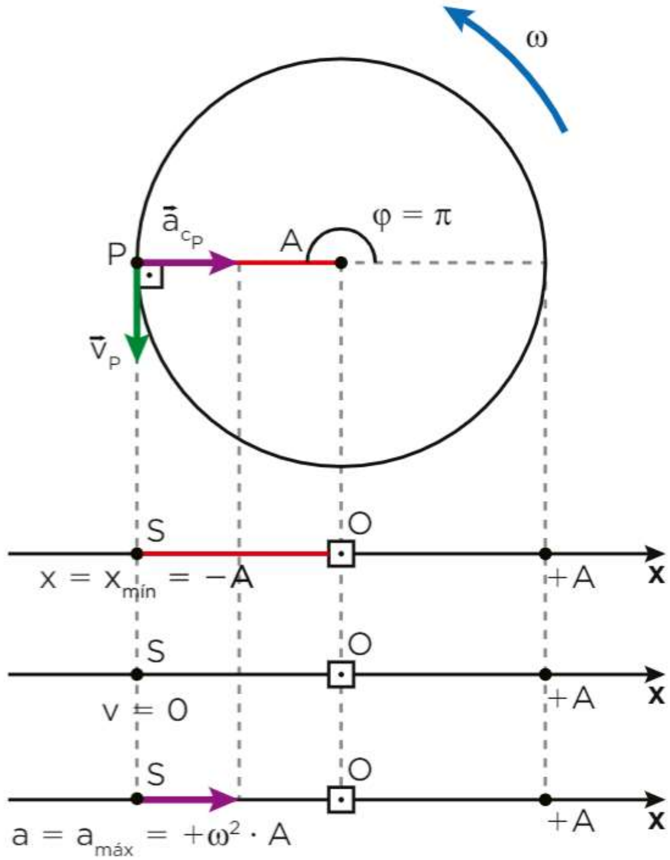
- $x = A \cdot \cos\varphi \Rightarrow x = A \cdot \cos\pi$

  $\therefore x = x_{mín} = -A$
- $v = -\omega \cdot A \cdot \text{sen}\,\varphi \Rightarrow v = -\omega \cdot A \cdot \text{sen}\,\pi$

  $\therefore v = 0$
- $a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos\varphi \Rightarrow a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos\pi$

  $\therefore a = a_{máx} = +\omega^2 \cdot A$

Nesse instante, $v = 0$ e $a \neq 0$. O ponto S está invertendo o sentido do seu movimento.



Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

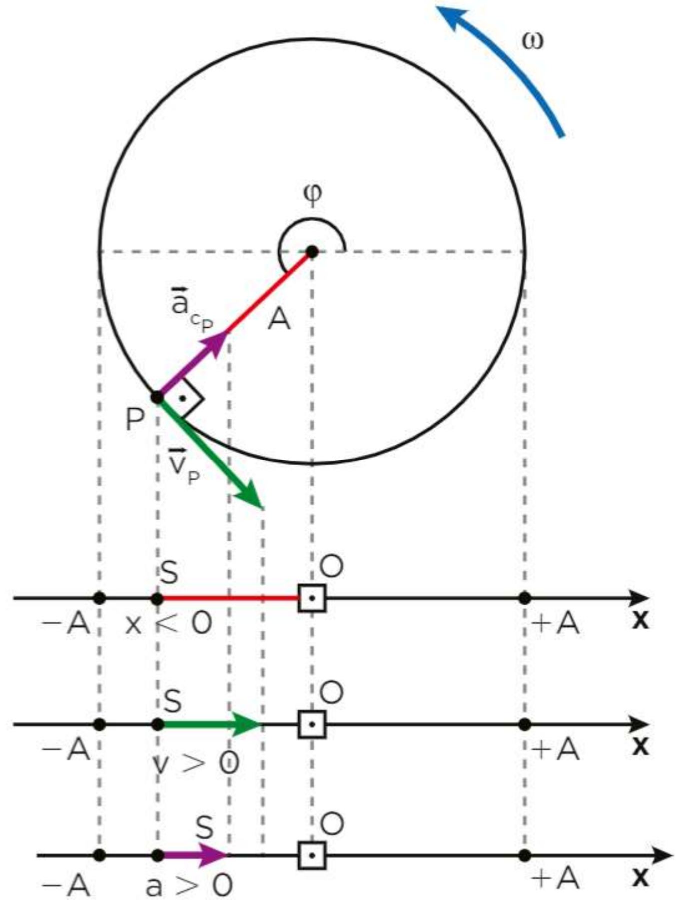
- **Análise cinemática do MHS**

Para $\pi < \varphi < \frac{3\pi}{2}$

Se $\pi < \varphi < \frac{3\pi}{2}$, então $\cos\varphi < 0$ e $\text{sen}\,\varphi < 0$. Logo,

- $x = A \cdot \cos\varphi$
  $\therefore x < 0$
- $v = -\omega \cdot A \cdot \text{sen}\,\varphi$
  $\therefore v > 0$
- $a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos\varphi$
  $\therefore a > 0$

Nesse intervalo de tempo, como $v > 0$ e $a > 0$, o movimento do ponto S é acelerado.



Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- Análise cinemática do MHS

Para $\varphi = \frac{3\pi}{2}$

Se $\varphi = \frac{3\pi}{2}$, então $\cos\varphi = 0$ e $\operatorname{sen}\varphi = -1$. Logo,

- $x = A \cdot \cos\varphi \Rightarrow x = A \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)$

  $\therefore x = 0$

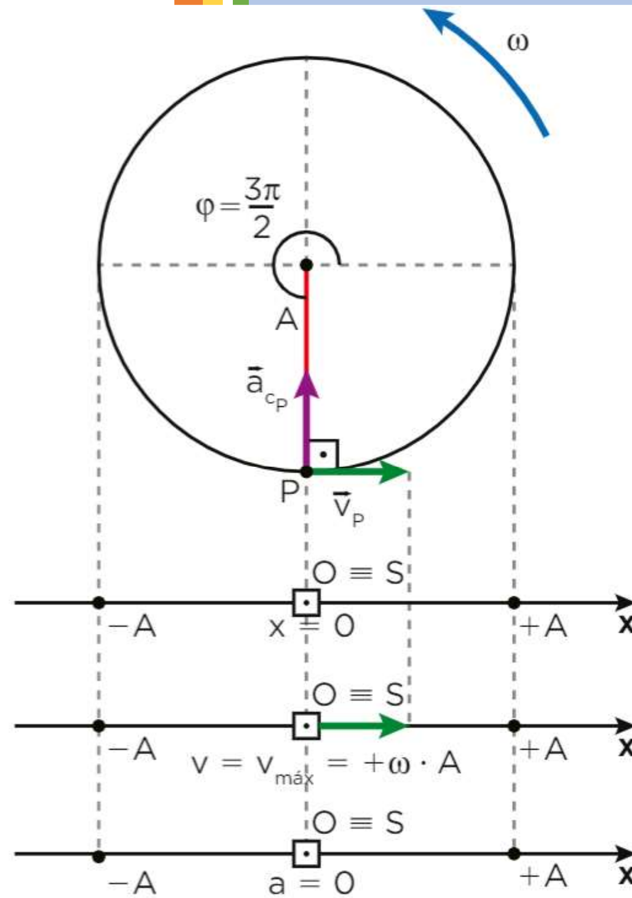
- $v = -\omega \cdot A \cdot \operatorname{sen}\varphi \Rightarrow v = -\omega \cdot A \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2}\right)$

  $\therefore v = v_{máx} = +\omega \cdot A$

- $a = -\omega^2 A \cdot \cos\varphi \Rightarrow a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)$

  $\therefore a = 0$

Nesse instante, como $v \neq 0$ e $a = 0$, o movimento do ponto S está passando de acelerado a retardado.



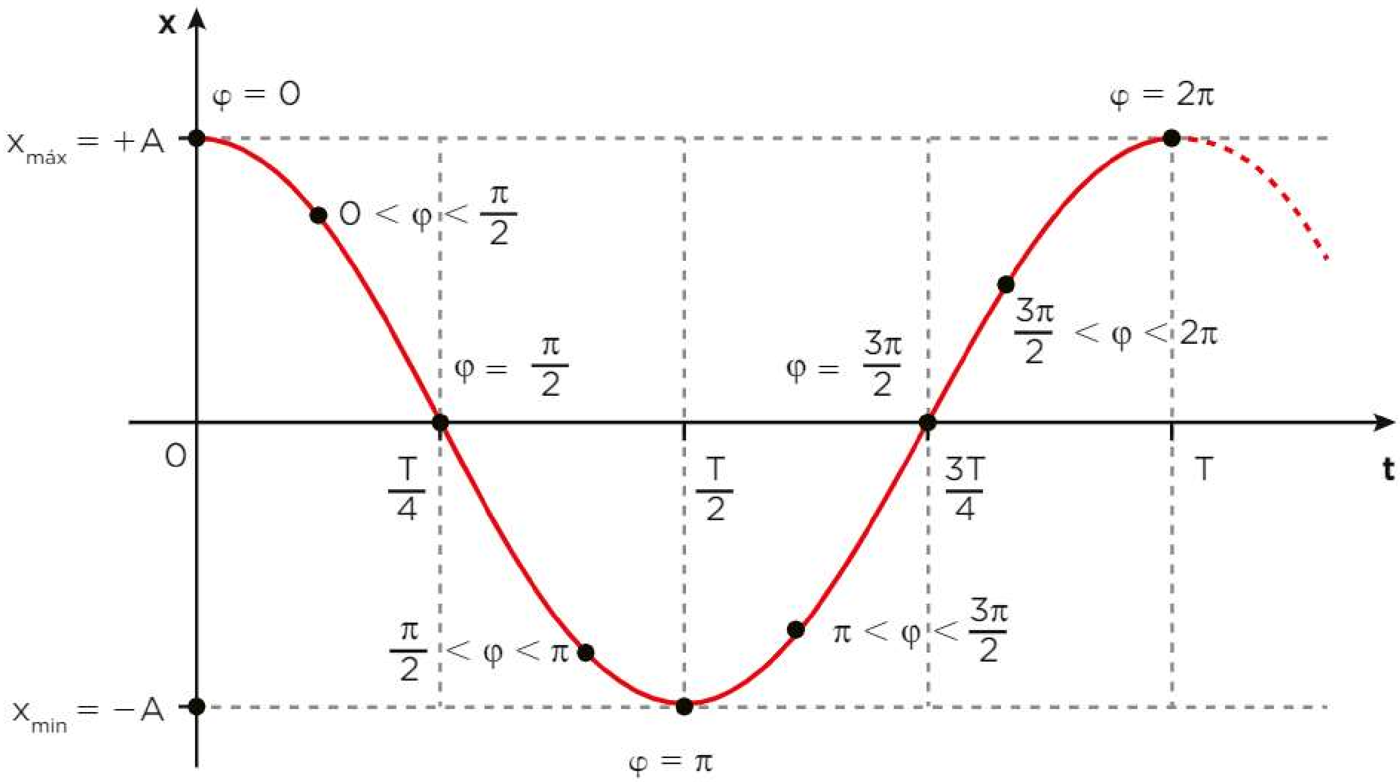
Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Gráficos do MHS**

Gráfico das posições (elongações)

$$\boxed{x = A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t)}$$ **Eq. 06**



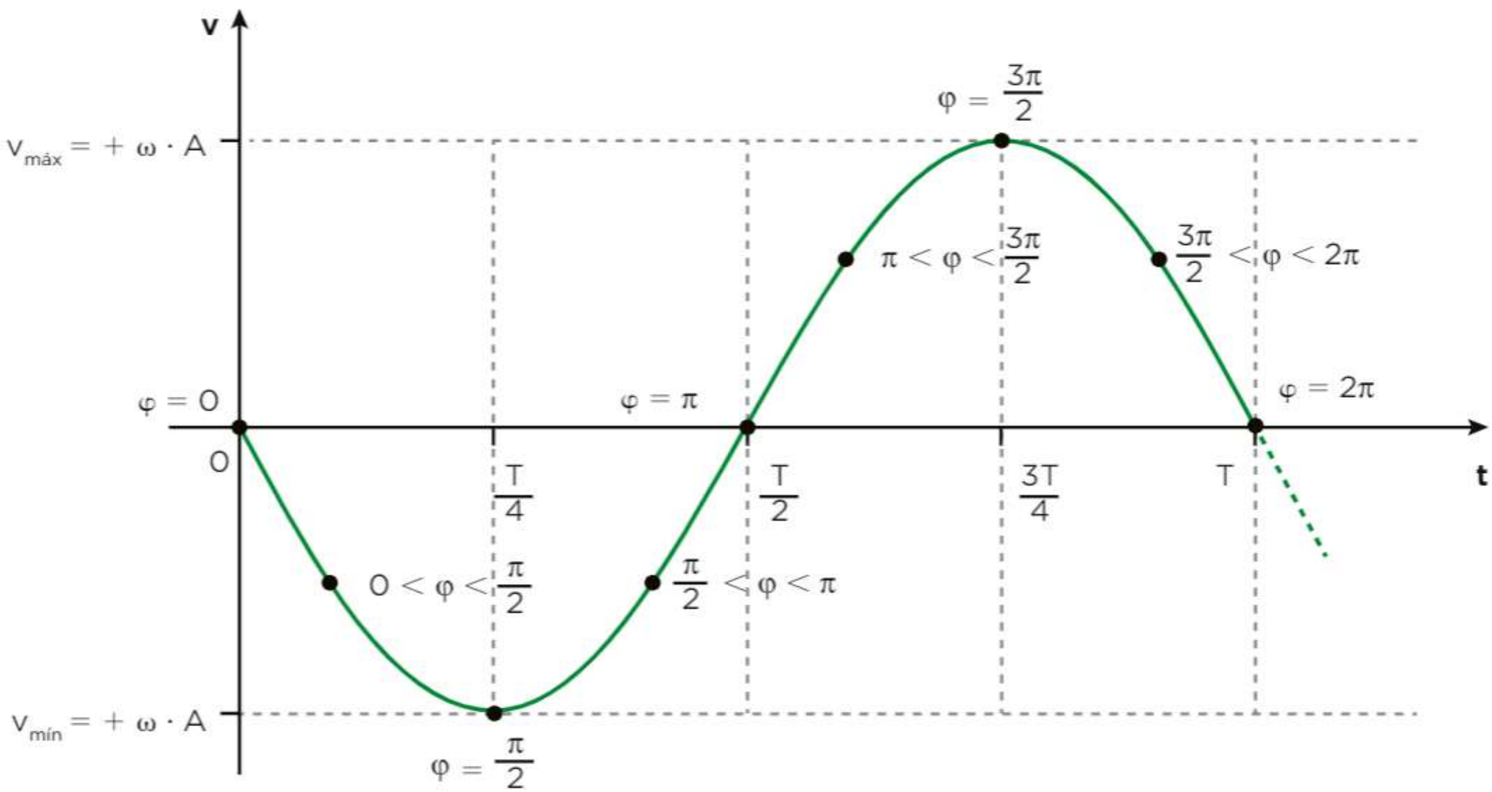
Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Gráficos do MHS**

Gráfico das velocidades escalares:

$$\boxed{v = -\omega \cdot A \cdot sen(\varphi_0 + \omega \cdot t)}$$ **Eq. 14**



MHS

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO E FORMULAÇÃO DO MHS

- Introdução
- Movimento periódico
- Movimento oscilatório
- Movimento Harmônico Simples (MHS)
- Cinemática do MHS
  - Função horária da elongação no MHS
  - Função horária da velocidade escalar instantânea
  - Função horária da aceleração escalar instantânea
  - Velocidade em função da elongação
  - Aceleração em função da elongação
  - Análise cinemática do MHS
  - Gráficos do MHS
- Dinâmica do MHS
  - Força no MHS

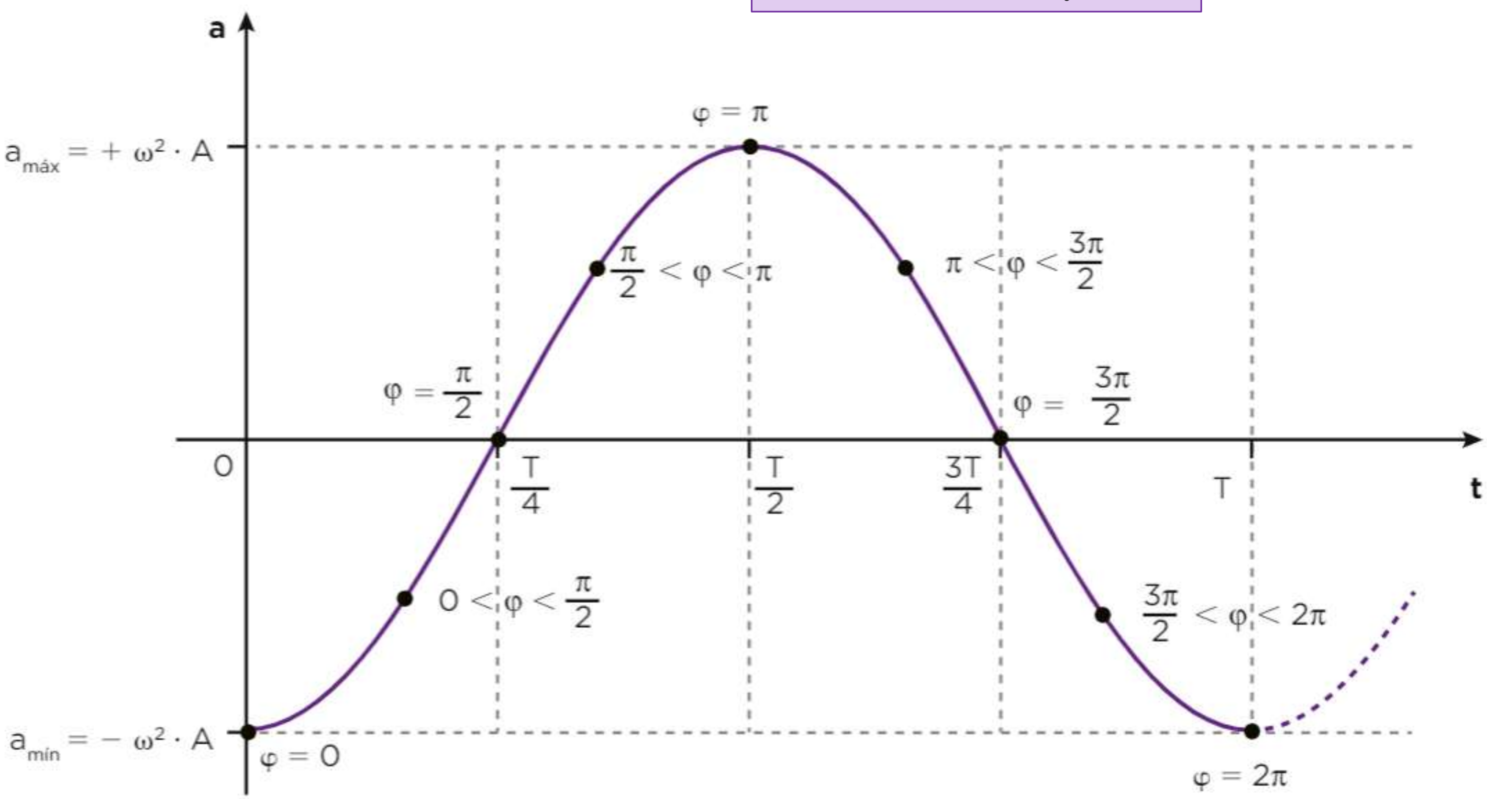
Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- Gráficos do MHS

Gráfico das acelerações escalares:

$$a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t)$$ **Eq. 20**



Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

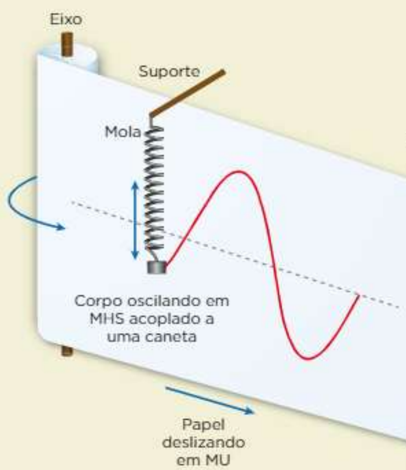
1.5 – Cinemática do MHS

- Gráficos do MHS

Sismologia, sismógrafos e o MHS

A sismologia é o ramo da Ciência que se dedica a estudar as ondas sísmicas. Seu desenvolvimento depende da participação de grupos multidisciplinares de cientistas, tais como físicos, geógrafos, geólogos, engenheiros e biólogos. Por meio de seus estudos e investigações, esses pesquisadores ampliam o seu conhecimento a respeito do interior do planeta e, por conseguinte, do processo de formação dos continentes, da Terra e até do Universo. Além disso, a sismologia também tem por finalidade a previsão de terremotos e seus efeitos destrutivos.

Um dos instrumentos utilizados pelos especialistas em ondas sísmicas é o sismógrafo, instrumento cuja finalidade é registrar abalos sísmicos, tanto verticais quanto horizontais, qualquer que seja a direção. Sismógrafos são equipamentos sofisticados. Por isso, para compreender o seu princípio de funcionamento, observe o modelo didático simplificado seguinte.

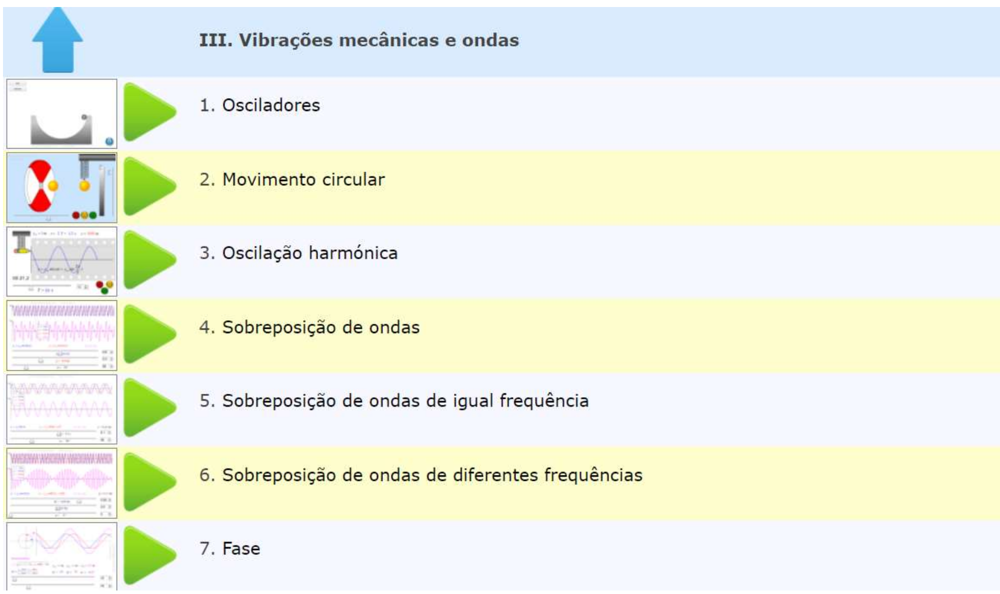


Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.5 – Cinemática do MHS

- **Gráficos do MHS**

Vamos ver algumas simulações?



https://www.vascak.cz/?id=1&language=pt

ITALO VECTOR

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

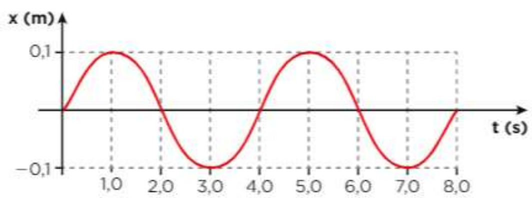
1.5 – Cinemática do MHS

- **Gráficos do MHS**

1 (UEM-PR) A função horária da posição de uma partícula que realiza um Movimento Harmônico Simples (MHS) é $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$. Sabe-se que:

- **x** representa a posição assumida pela partícula em função do tempo **t**, a partir de $t_0 = 0$;
- A representa a amplitude do movimento;
- φ representa a fase inicial do movimento;
- ω representa a frequência angular do movimento.

A figura a seguir apresenta o gráfico da função horária da posição de uma partícula que descreve um MHS segundo um certo referencial.



A função horária da posição dessa partícula com dados no SI é

a) $x = 0{,}10 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$ m.

b) $x = 0{,}20 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$ m.

c) $x = 0{,}10 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{3\pi}{2}\right)$ m.

d) $x = 0{,}20 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$ m.

e) $x = 0{,}10 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{3\pi}{2}\right)$ m.

De acordo com o gráfico:

- $A = 0{,}1$ m
- $T = 4$ s

Logo, $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{4} \therefore \omega = \frac{\pi}{2}$ rad/s.

Para $t_0 = 0$, $x_0 = 0$ e para $t_1 = 1$ s, $x_1 = +0{,}1$ m.

Logo, $\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$ rad.

Portanto, a função horária é:

$$x = A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t) \Rightarrow x = 0{,}1 \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot t\right) \therefore x = 0{,}1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.6 – Dinâmica do MHS

- **Força no MHS**

Já vimos que:

$$\boxed{a = -\omega^2 \cdot x}$$ **Eq. 25**

Pelo Princípio Fundamental da Dinâmica (PFD) $F_R = m.a$ **Eq. 26**

Quando substituímos a Eq. 25 na Eq.26, obtemos a Eq. 27

$$\boxed{F = -m \cdot \omega^2 \cdot A}$$ **Eq. 26**

Como a massa **m** e a pulsação **ω** são constantes em um determinado MHS, podemos substituir **m· ω²** por uma única constante **K**, denominada constante de força do MHS.

$$\boxed{F = -K \cdot X}$$ **Eq. 27**

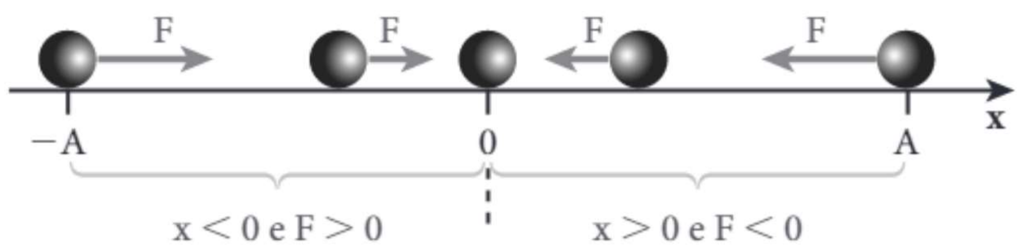
Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.6 – Dinâmica do MHS

- Força no MHS

$$\boxed{F = -K \cdot X} \quad \textbf{Eq. 27}$$

Essa expressão revela que o valor algébrico da força resultante que atua em uma partícula em MHS é proporcional à elongação, tendo **F** e **x** sinais opostos.
É essa característica que se deve ter em mente quando é preciso decidir se determinado movimento é ou não um movimento harmônico simples.



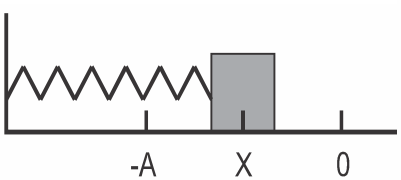
A força resultante num corpo em MHS é denominada força restauradora, porque ela atua de modo a garantir o prosseguimento das oscilações: toda vez que o corpo passa pela posição central, a força entra em ação para retardá-lo e, depois, trazê-lo de volta.

Capítulo 1 – Introdução e formulação do MHS

1.6 – Dinâmica do MHS

- Força no MHS

(Efomm 2021) Um bloco de massa 200 g preso a uma mola de massa desprezível, realiza um movimento harmônico simples de amplitude 20 cm sobre uma superfície horizontal, conforme apresentado na figura. Mede-se que o tempo decorrido entre a primeira passagem pelo ponto X = - 10 cm com sentido para a esquerda, e a segunda passagem por X ao voltar, é de 1 s, Com base nessas observações, é possível afirmar que a constante elástica da mola, dada em N/m é (considere π = 3).



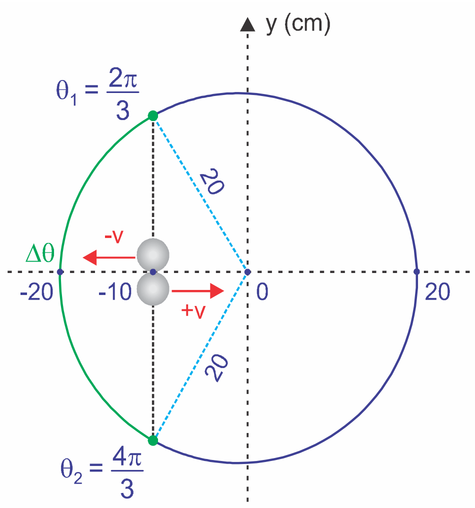
a) 0,1

b) 0,4

c) 0,8

d) 1,0

e) 2,0



Calculando o deslocamento angular entre essas duas posições:

$$\cos\theta = \frac{-10}{20} \Rightarrow \cos\theta = \frac{-1}{2} \left\langle \begin{array}{l} \theta_1 = \frac{2\pi}{3} \\ \theta_2 = \frac{4\pi}{3} \end{array} \right.$$

$$\Delta\theta = \frac{4\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \boxed{\Delta\theta = \frac{2\pi}{3}}$$

Calculando o período:

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\cancel{2\pi}/3}{1} = \frac{\cancel{2\pi}}{T} \Rightarrow \boxed{T = 3s}$$

Aplicando a expressão do período para o sistema massa-mola:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow k = \frac{4\cancel{\pi^2}\,m}{\cancel{T^2}} \Rightarrow k = 4(0,2) \Rightarrow \boxed{k = 0,8\,N/m}$$

ITALO VECTOR